

Implementace křehké deformace v Elmeru

Co je to křehká deformace

- dochází ke ztrátě soudržnosti materiálu
- až při překročení určitého mezního napětí
- vznik zlomů na mikroskopické nebo makroskopické škále

http://www.classzone.com/books/earth_science/terc/content/investigations/es1102/es1102page01.cfm

Další možné názvy:

frikční deformace – rychlost deformace je řízená třením (frikcí) mezi částicemi materiálu
plasticita = deformace podmíněná překonáním určitého napětí – název se používá v kontrastu k viskózní deformaci. V geologii se jako plastická deformace označuje právě tečení materiálu, které se děje až po překonání mezního napětí. Pro napětí menší než mezní se materiál deformuje elasticky.

Další pojmy:

viskózní deformace – rychlost deformace úměrná napětí

tečení, duktilní deformace – nevratná deformace která není spojená se ztrátou kontinuity

elastická – deformace úměrná napětí

Kde vidíme křehkou deformaci v Zemi

Byerleeho zákon – lineární vztah mezi normálovým a střížným napětím, při kterém dojde k aktivaci již existující trhliny v zemské kůře. Toto napětí je nezávislé na typu horniny.

http://en.wikipedia.org/wiki/Byerlee%27s_law

http://epscx.wustl.edu/seismology/book/chapter5/chap5_fr/5_7_10.jpg

Přechod mezi křehkou a duktilní deformací

http://en.wikipedia.org/wiki/Brittle-ductile_transition_zone

Představy o pevnosti litosféry (obálky pevnosti *strength envelopes*)

http://www.geology.um.maine.edu/geodynamics/AnalogWebsite/602-2008/Price_Geodynamics_site/Background-frame.html

http://www-odp.tamu.edu/publications/149_SR/chap_40/c40_f4.htm

Jak ji popsat rovnicí

Yield surface – hranice oblasti přípustných napětí, uvnitř této hranice se materiál deformuje viskózně, na hranici křehce, vně hranice se nemůže vyskytovat (rychlost deformace a viskozita se při dosažení hranice ustaví tak, aby bylo výsledné napětí na této hranici a tedy rovno meznímu napětí $\sigma_{II} = \sigma_{yield}$).

http://en.wikipedia.org/wiki/Yield_surface

Na základě experimentálních měření lze stanovit kritéria pro dosažení křehké deformace (tj. předpisy pro σ_{yield}) s různým počtem parametrů (např. mezní napětí je konstantní, lineárně závislé na tlaku, různě předepsané pro kompresi a tenzi ...). Například Drucker-Prager kritérium (ve 2D totéž jako Mohr-Coulomb kritérium) $\sigma_{yield} = p \sin \phi + C \cos \phi$ nebo jednoparametrové Von-Mises (Tresca) kritérium $\sigma_{yield} = C$.

http://en.wikipedia.org/wiki/Mohr-Coulomb_theory

http://en.wikipedia.org/wiki/Drucker_Prager_yield_criterion

Mohrova kružnice – zjistím, pod jakým úhlem vůči vedlejší ose tenzoru napětí vzniknou trhliny (nebo při jakém napětí se zaktivuje již existující trhlina) $\beta = \pm \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{4} \right)$, odvození viz text eq.pdf

http://www.granular-volcano-group.org/frictional_theory.html

<http://courses.eas.ualberta.ca/eas421/lecturepages/stressdiags.html#mohnstress>

Jak se měří parametry – efektivní úhel vnitřního tření ϕ a koheze C :

<http://data.bolton.ac.uk/staff/phm2/files/Sem2/J2%20PJ3%20Geotechnics/Consol%20example%206%20plot.jpg>

Deformační zpevnění/změkčení *strain hardening/softening* – parametry závisí na prodělané plastické deformaci $\phi = \phi(\epsilon)$, $C = C(\epsilon)$.

Jak ji implementovat

Používám rovnice jako pro viskózní tečení, ale předepisují efektivní viskozitu vztahem

$$\eta_{\text{eff}} = \eta \quad \text{pro } \sigma_{\text{II}} < \sigma_{\text{yield}}$$

$$\eta_{\text{eff}} = \frac{\sigma_{\text{yield}}}{\dot{\epsilon}_{\text{II}}} \quad \text{pro } \sigma_{\text{II}} = \sigma_{\text{yield}}$$

$$\sigma_{\text{yield}} = p \sin \phi + C \cos \phi$$

Úloha je silně nelineární – viskozita závisí na tlaku a na rychlosti deformace a ta zase na viskozitě – je nutno řešení Stokesovy rovnice iterovat.

Pro výpočet deformačního zpevnění/změkčení potřebuji zintegrovat rychlost deformace podél trajektorie částic materiálu – lze pomocí markrů.

Materiálové parametry:

- efektivní úhel vnitřního tření a koheze

- hodnota křehké deformace, při které začne zpevnění/změkčení

- hodnota křehké deformace, při které zpevnění/změkčení dosáhne maxima

- efektivní úhel vnitřního tření a koheze pro maximální zpevnění/změkčení

- parametry duktilní deformace

- ...

- průběh deformačního zpevnění/změkčení

Příklad 1:

bez paměti, bez markrů

Řeším Stokesovy rovnice (Navier-Stokes solver), na horní hranici předepisuji volný povrch (Free Surface Limited solver), výpočetní síť se přizpůsobuje pohybu volné hranice (Mesh Update solver), předepisuji efektivní viskozitu (funkce ViscoPlastic), iteruji řešení Stokesovy rovnice.

shearzones0/

brittle.sif – zdrojový soubor pro Elmer

mesh.grd – zdrojový soubor pro ElmerGrid, výpočetní síť lze vyrobit příkazem ./genmesh.sh

USF_Zs – procedury pro napojení výstupu z Free Surface Limited solver na Mesh Update solver; překlad:

```
elmerf90 USF_Zs.f90 -o USF_Zs
```

Markers – obsahuje InitializeM solver a proceduru pro výpočet efektivní viskozity Viscoplastic; překlad:

```
elmerf90 Markers.f90 -o Markers
```

Příklad 2:

s markry, s pamětí (strain softening/hardening)

Navíc sleduji pohyb materiálu pomocí částic – markrů – které nesou informaci o svém složení resp. materiálových parametrech (UpdateMarkers solver). V markru si také ukládám nasčítané přírůstky křehké deformace. Materiálové parametry pro výpočet mezního napětí závisí na historii, speciálně na integrované křehké deformaci. Popis modelu v *Kaus (2009): Factors that control the angle of shear bands in geodynamic numerical models of brittle deformation* nebo *Lemiale et al. (2008): Shear banding analysis of plastic models formulated for incompressible viscous flows*

shearzones1/

brittle.sif – zdrojový soubor pro Elmer

mesh.grd – zdrojový soubor pro ElmerGrid, výpočetní síť lze vytvořit příkazem ./genmesh.sh

USF_Zs – procedury pro napojení výstupu z Free Surface Limited solver na Mesh Update solver; překlad:

```
elmerf90 USF_Zs.f90 -o USF_Zs
```

Markers – obsahuje solvery InitializeM a UpdateMarkers pro inicializaci a advekci markrů a proceduru pro výpočet efektivní viskozity včetně deformačního změkčení Viscoplastic; překlad:

```
elmerf90 DHPSORT.f90 Markers.f90 -o Markers
```

Příklad 3:

s výraznou deformací

Testovací příklad popsáný v článku *Buiter et al. (2006): The numerical sandbox: comparison of model results for a shortening and an extension experiment*, komprese nebo extenze „krabičky s pískem“ s danými materiálovými vlastnostmi.

sandbox/

obsahuje jen výstupy: rozložení materiálu a rychlosti deformace po 2, 6, a 10 cm komprese; rozložení materiálu, rychlosti deformace a tlaku po 1, 2, a 5 cm extenze

Další texty:

<http://home.kku.ac.th/peangta/s664306-student-ques19.htm>

<http://www.seismo.unr.edu/ftp/pub/louie/class/plate/deformation.html>

<http://jupiter.ethz.ch/~kausb/Gallery.html>