

Termální konvekce v magmatickém rezervoáru: Implikace pro mikrostrukturu a grading

Vít Beran, MFF UK
Prosinec 2025, Albertov

Supervisor: dr. Vojtěch
Patočka, MFF UK

Input: dr. Václav Špillar, prof.
Marian Holness

Otevřené otázky:

- 1. Vigor termální konvekce?

Existuje na dlouhých čas. škálách?

- 2. Frakční krystalizace:

in-situ? vs. gravitační usazování? (viz. přednáška *Procesy*)

ÚVOD A MOTIVACE

Reply



Comments on 'On Convective Style and Vigor in Sheet-like Magma Chambers' by Bruce D. Marsh

by HERBERT E. HUPPERT¹ AND J. STEWART TURNER²

¹*Institute of Theoretical Geophysics, University of Cambridge, 20 Silver Street,
Cambridge CB3 9EW, UK*

²*Research School of Earth Sciences, Australian National University, Canberra 2601,
Australia*

(Accepted 20 February 1991)

Huppert & Turner 1991

by BRUCE D. MARSH

*Department of Earth and Planetary Sciences, Johns Hopkins University, Baltimore,
Maryland 21218*

(Accepted 30 January 1991)

Marsh 1991



mechanism by which it is achieved is still not well understood. Until recently, crystal settling has been the most widely accepted hypothesis; however, following the work of Campbell (1978) and McBirney & Noyes (1979) many petrologists have rejected crystal settling in favour of *in situ* crystallization coupled with compositional convection (sometimes referred to as 'convective fractionation'). This alternative mechanism can be traced back at least as

Martin and Nokes (1989)



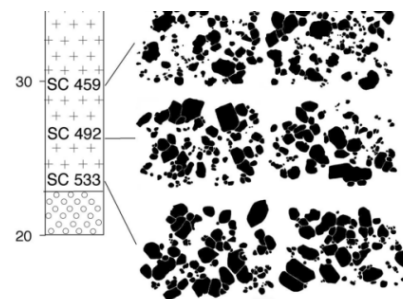
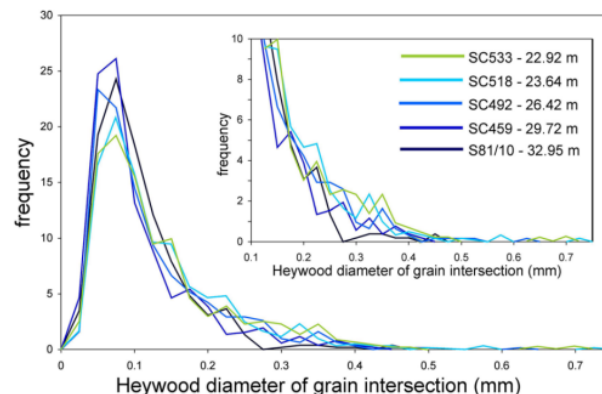
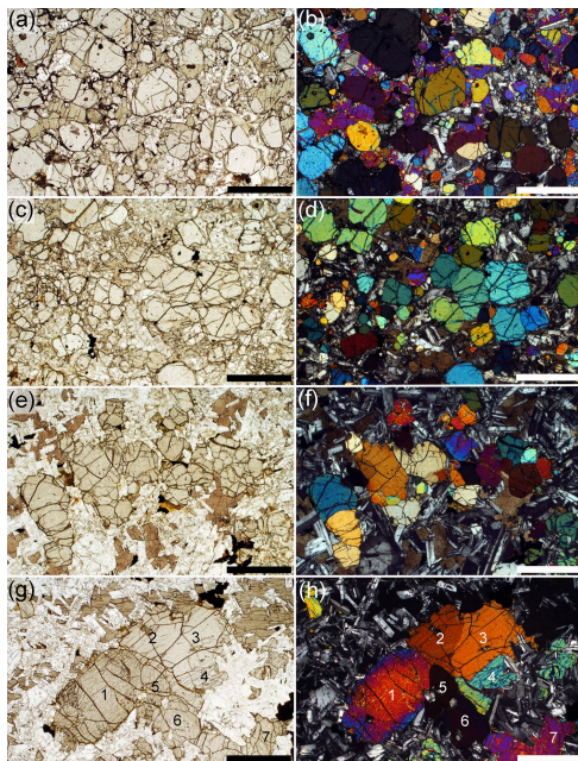
1989, 1991). The disagreement could be resolved if consensus could be reached over the interpretation of features preserved in exposed examples of fully solidified intrusions. Evidence used to argue for convection includes: the preservation of depositional and erosional structures in the floor cumulates of the Skaergaard intrusion, indicative of significant flow of magma across the floor (Irvine et al. 1998); the development of identical mineral assem-

Crystal settling and convection in the Shiant Isles Main Sill

Marian B. Holness¹ • Robert Farr² • Jerome A. Neufeld^{1,3,4}



Holness (2017)



Olivínové
cargo





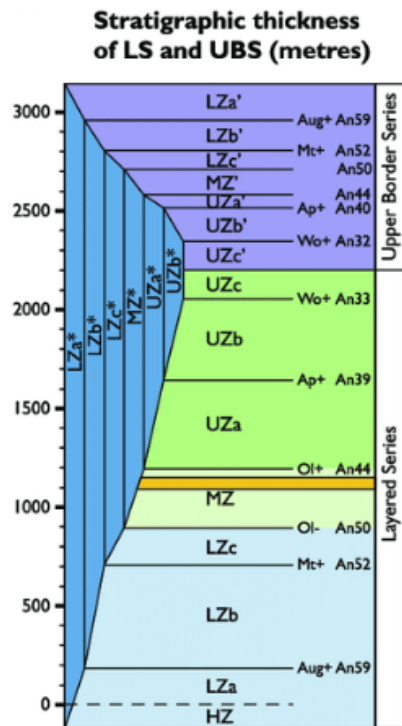
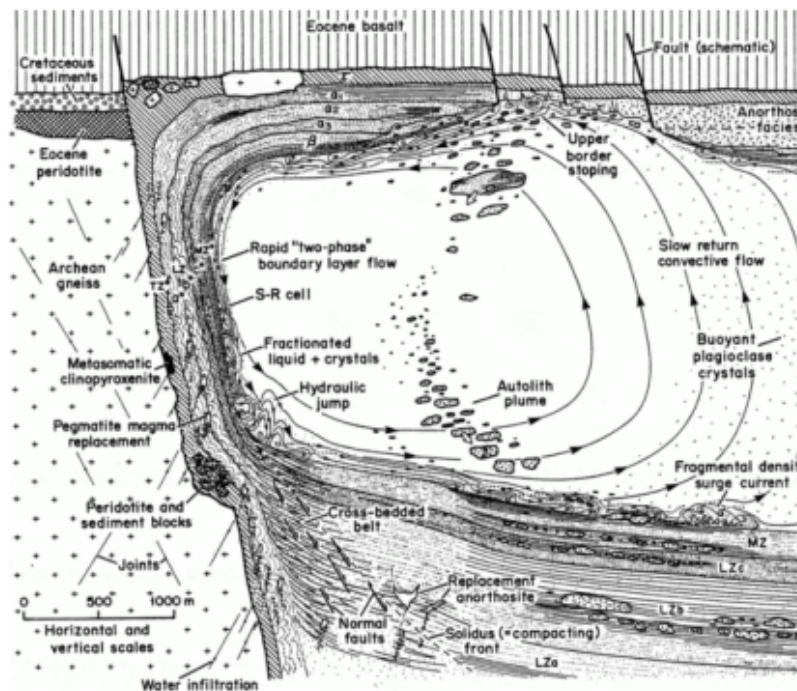
1989, 1991). The disagreement could be resolved if consensus could be reached over the interpretation of features preserved in exposed examples of fully solidified intrusions. Evidence used to argue for convection includes: the preservation of depositional and erosional structures in the floor cumulates of the Skaergaard intrusion, indicative of significant flow of magma across the floor (Irvine et al. 1998); the development of identical mineral assem-

Holness (2017)

Indície:

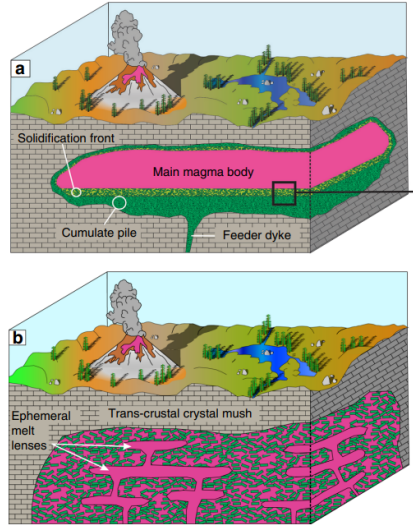
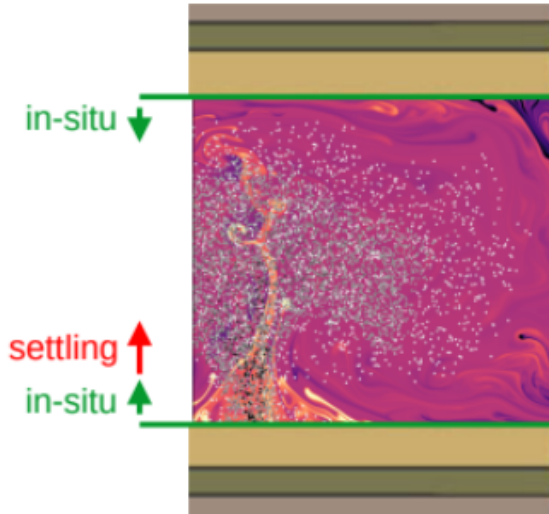
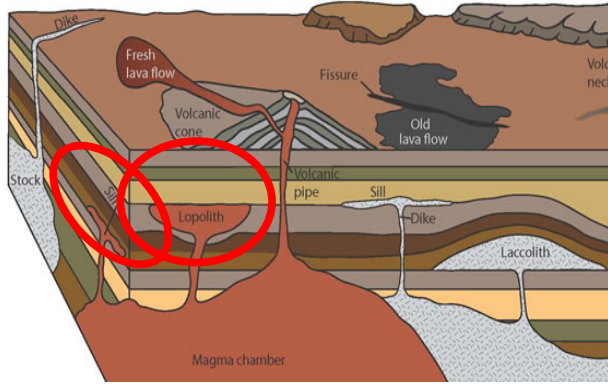
- fining/coarsening
- layering
- symetrie horní/dolní vrstvy

Skaergaard (aka petrologická laboratoř)

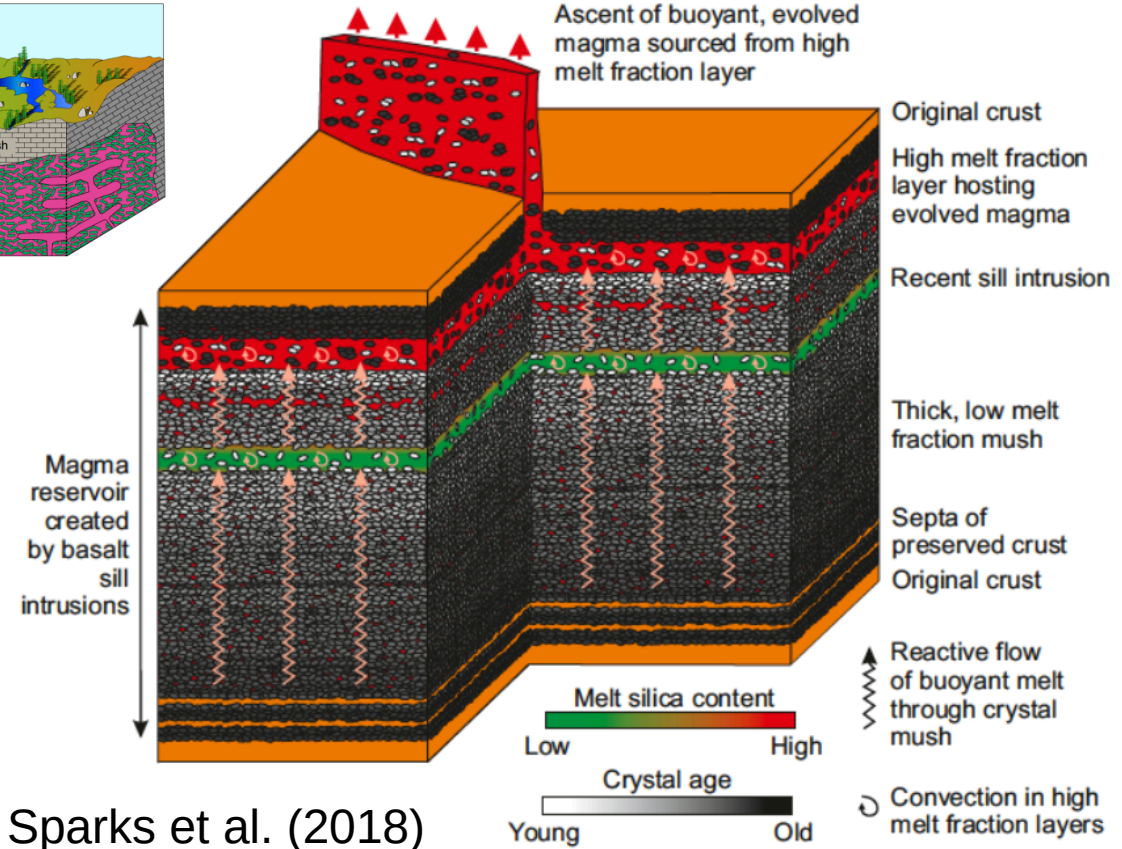


McBirney 1996

Náš framework:
(temporary?)



Magma chamber paradigm shift
(Big tank hypothesis?)



Sparks et al. (2018)



Crystal size distribution (CSD) in rocks and the kinetics and dynamics of crystallization

I. Theory

CSDs aka MIKROSTRUKTURA

Bruce D. Marsh

Department of Earth and Planetary Sciences, The Johns Hopkins University, Baltimore, MD 21218, USA

Marsh 1988

Paralela s MSMPR
industriálními
krytalizéry!

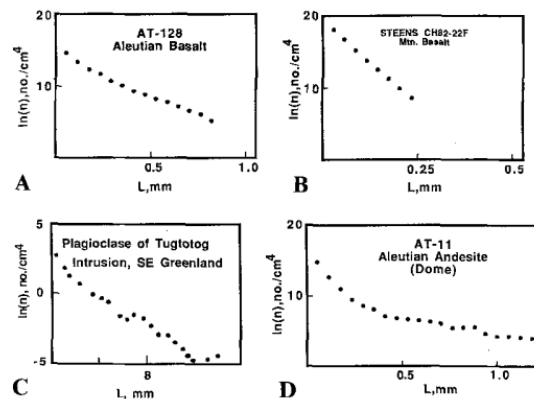
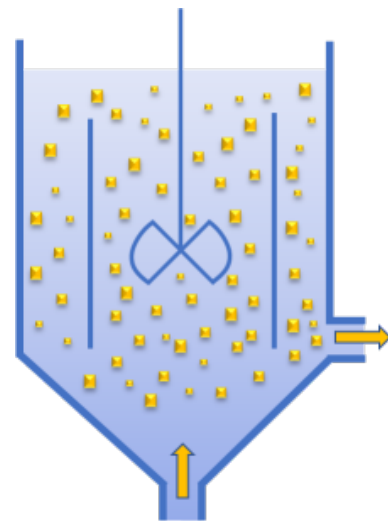


Fig. 1 A–D. Examples of fairly typical plagioclase crystal size distributions (CSDs) of volcanic rocks from the Aleutian Islands (AT) Steens Mtn., Oregon, and the Tugtoto intrusion of southeast Greenland. Population density (n , actually $\ln(n)$) in units of numbers of crystals per size (L) per volume (i.e. no. per cm⁴) is plotted against crystal size L (mm)

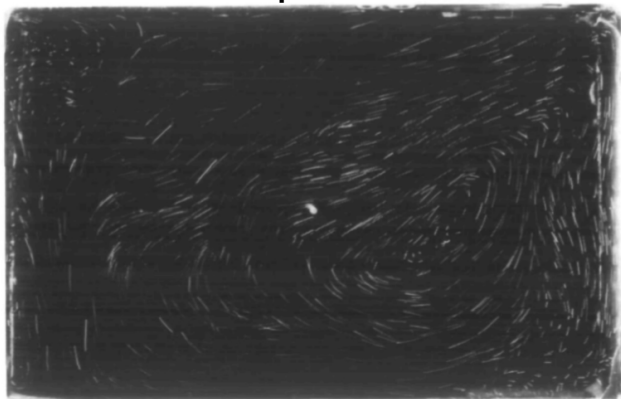


Marsh (1988): log-linear defaultně;
crystal settling,
annealing apd. ho
modifikují!

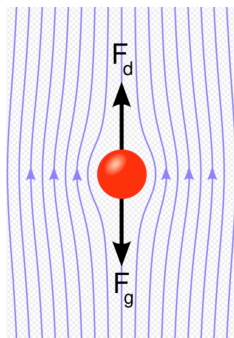
Často (aproximativně) log-lineární distribuce – to by znamenalo, že proces extrakce
není size-selective!

Usazování v konvektující kapalině

Dust-like particle



Stone-like particle



$$W_S(a) = \frac{2g_0\Delta\rho}{9\rho_F\nu}a^2$$

Laminární obtékání,
Stokesovská rychlost

Martin & Nokes (1989)

Experimentálně (a
teoreticky) odvozený
exponenciální usazovací
zákon!

Unified settling law:

Residence time of inertial particles in 3D thermal convection:
Implications for magma reservoirs

Vojtěch Patočka^{a,*}, Nicola Tosi^b, Enrico Calzavarini^c

^a Faculty of Mathematics and Physics, Department of Geophysics, Charles University, Prague, Czech Republic

^b Institute of Planetary Research, German Aerospace Center (DLR), Berlin, Germany

^c Univ. Lille, ULR 7512 - Unité de Mécanique de Lille - Joseph Boussinesq (UML), F-59000 Lille, France

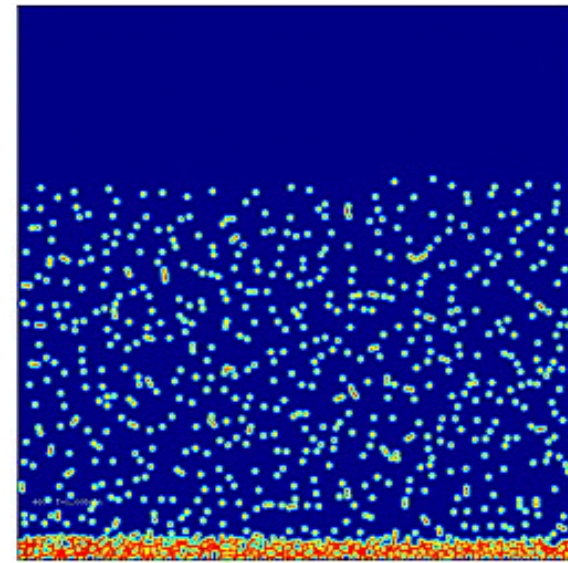
Patočka et al. (2022)



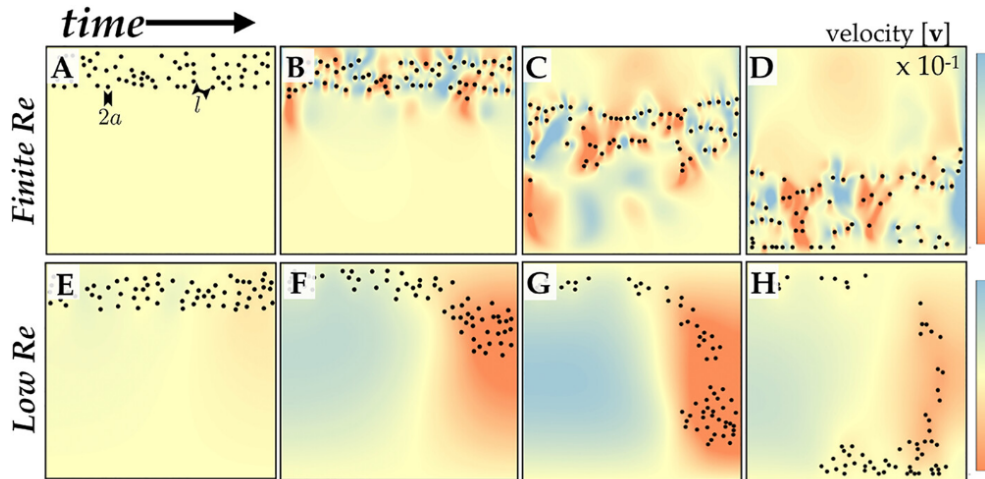
Co by kdyby?

- Definice problému:
 - Vigorózně a turbulentně konvektující crystal-poor magmatické fluidum
 - Mechanismus frakční krystalizace je gravitační settling
 - **a) Jakou signaturu zanechává konvekce (mixing) v tvořícím se sedimentu?**
 - **b) Jak mikrostruktura reflektuje podmínky v konvektující kapalině?**
 - **c) A jak se vyvíjí, když rezervoár chladne?**

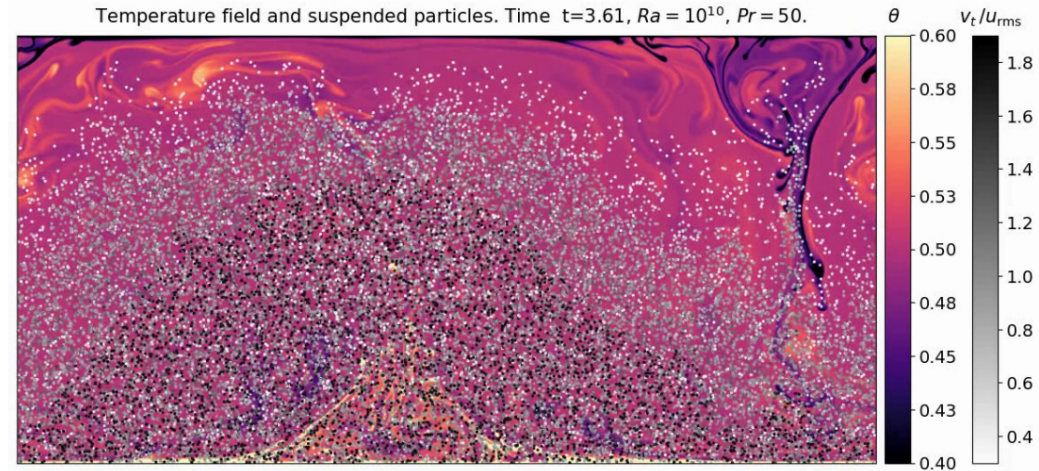
Co se dělá?



Crystal-driven convection



Culha et al. (2020)



Patočka et al. (2022)

Take-home message: přímé simulace vždy na něčem selhávají (trade-off approach)

- Alternativní přístup: PARAMETRICKÝ MODEL!



The nucleation, growth and settling of crystals from a turbulently convecting fluid

By RICHARD A. JARVIS^{1†} AND ANDREW W. WOODS²

¹Department of Geology and Geophysics, Yale University, New Haven, CT 06511, USA

²Institute of Theoretical Geophysics, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Silver Street, Cambridge CB3 9EW, UK

(Received 4 January 1993 and in revised form 3 February 1994)

- Netradiční technika zbezrozměrnění
- Lineární zákony růstu a nukleace, lineární závislost teploty likvidu na kompozici, teplotně nezávislá viskozita
- Jeden end-member usazování (Martin & Nokes 1989)
- Zanedbává “CSD optiku”

...the overall cooling history of the fluid body and the structure of the final solidified product. However, immediate application of our present theory to magmatic bodies is not straightforward. The dimensional analyses presented in Appendices A



The nucleation, growth and settling of crystals from a turbulently convecting fluid

By RICHARD A. JARVIS^{1†} AND ANDREW W. WOODS²

¹ Department of Geology and Geophysics, Yale University, New Haven, CT 06511, USA

² Institute of Theoretical Geophysics, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, University of Cambridge, Silver Street, Cambridge CB3 9EW, UK

(Received 4 January 1993 and in revised form 3 February 1994)

POJĎME TO UDĚLAT ZNOVU A LÉPE!

Model ParMaCh

(PARametrized Magma Chamber)

Parametrizace konvekce:

Rayleighovo, Prandtlovo, Nusseltovo číslo:

$$Ra = \frac{g\alpha\Delta T H^3}{\nu\kappa},$$

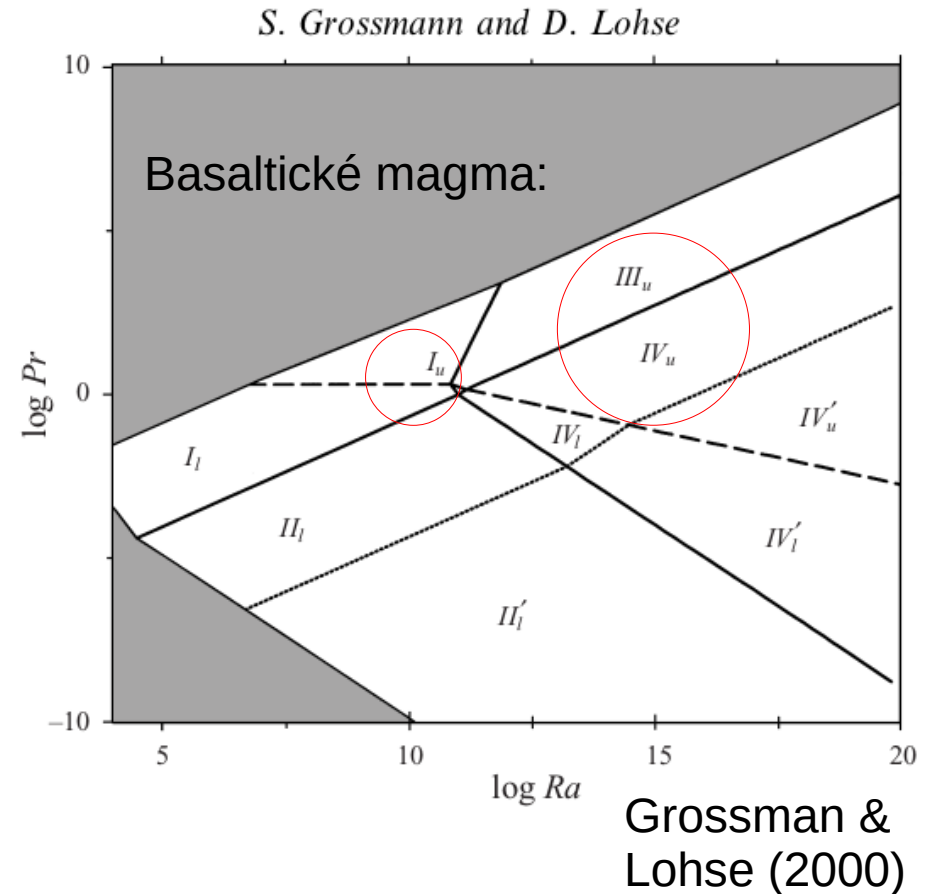
$$Pr = \frac{\nu}{\kappa},$$

$$Nu = \frac{\mathcal{F}}{\kappa\rho_f c_p \Delta T / H},$$

Diskuze Huppert vs. Marsh se týká zejména velikosti ΔT !

Příklad: bazaltová žíla Palisades Sill (USA) má mocnost 330 m. Jaké Rayleighovo číslo mělo magma v této žíle? Hustota magmatu: 2620 kg m⁻³; viskozita: 400 Pa s; teplotní roztažnost: 2.5×10^{-5} K⁻¹; tepelná difuzivita: 4.4×10^{-7} m² s⁻¹.
→ $Ra = 10^{11} \times \Delta T$.

(viz. přednáška *Procesy*)



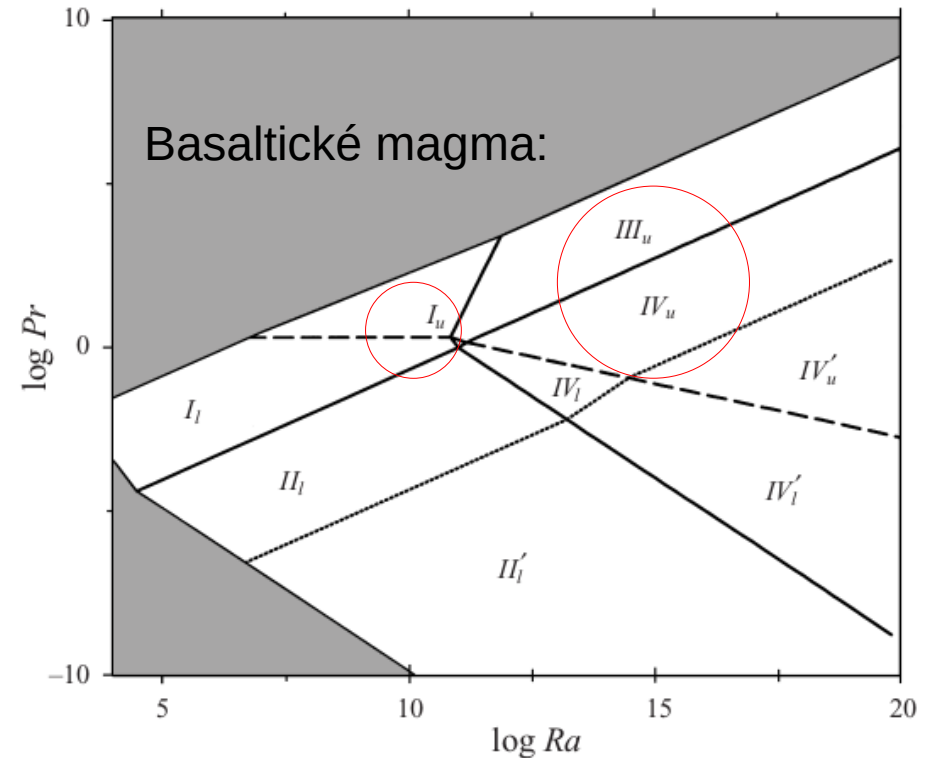
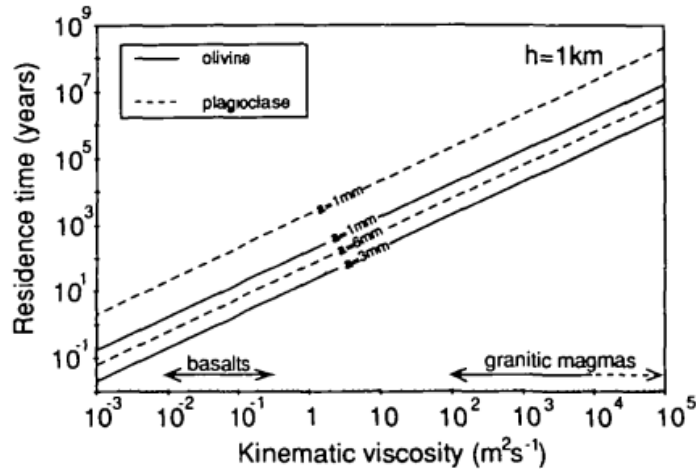
Rayleighovo, Prandtlovo, Nusseltovo
číslo:

$$Ra = \frac{g\alpha\Delta TH^3}{\nu\kappa},$$

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa},$$

$$Nu = \frac{\mathcal{F}}{\kappa\rho_f c_p \Delta T/H},$$

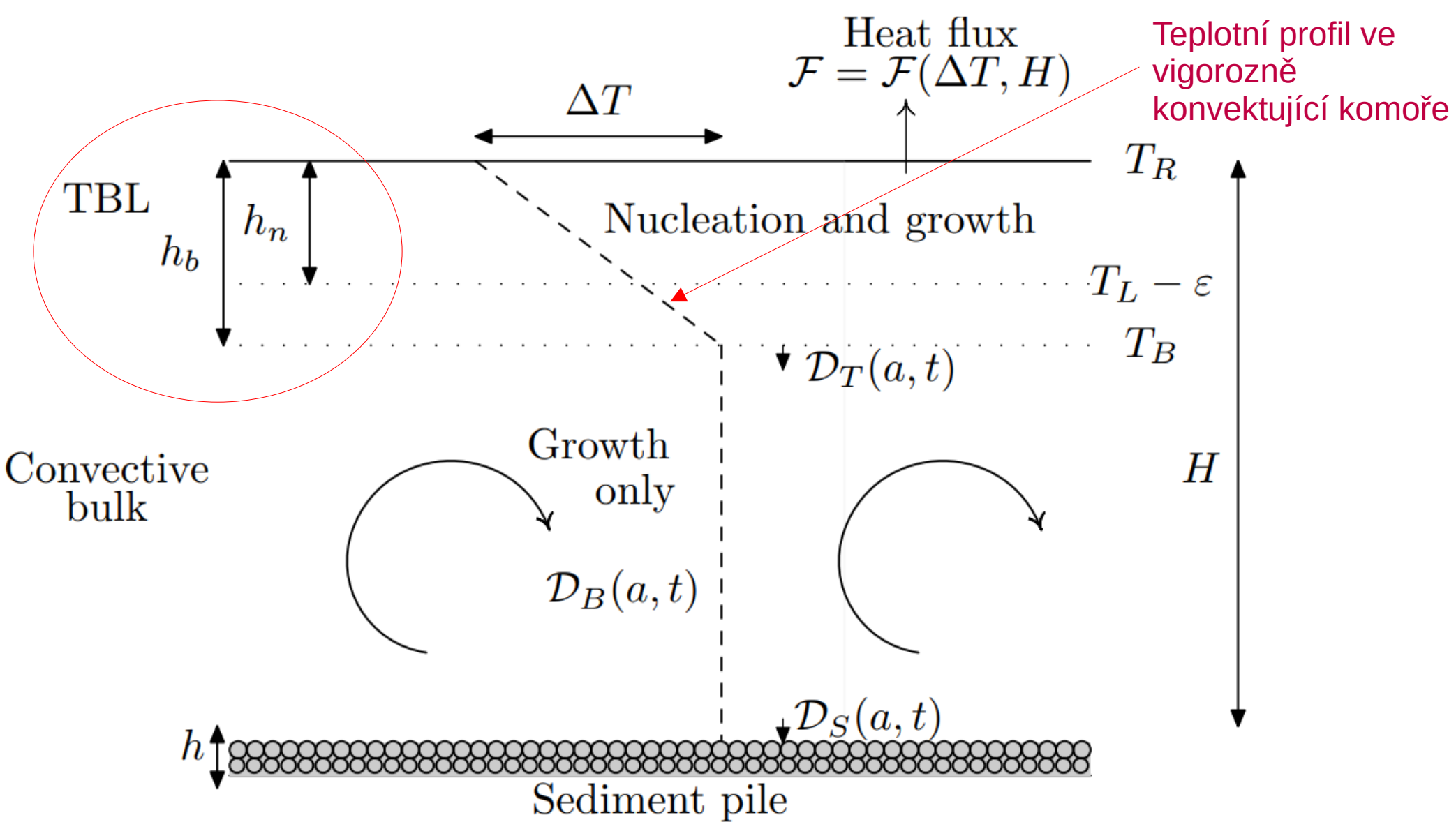
Diskuze Huppert vs.
Marsh se týká
zejména velikosti ΔT !



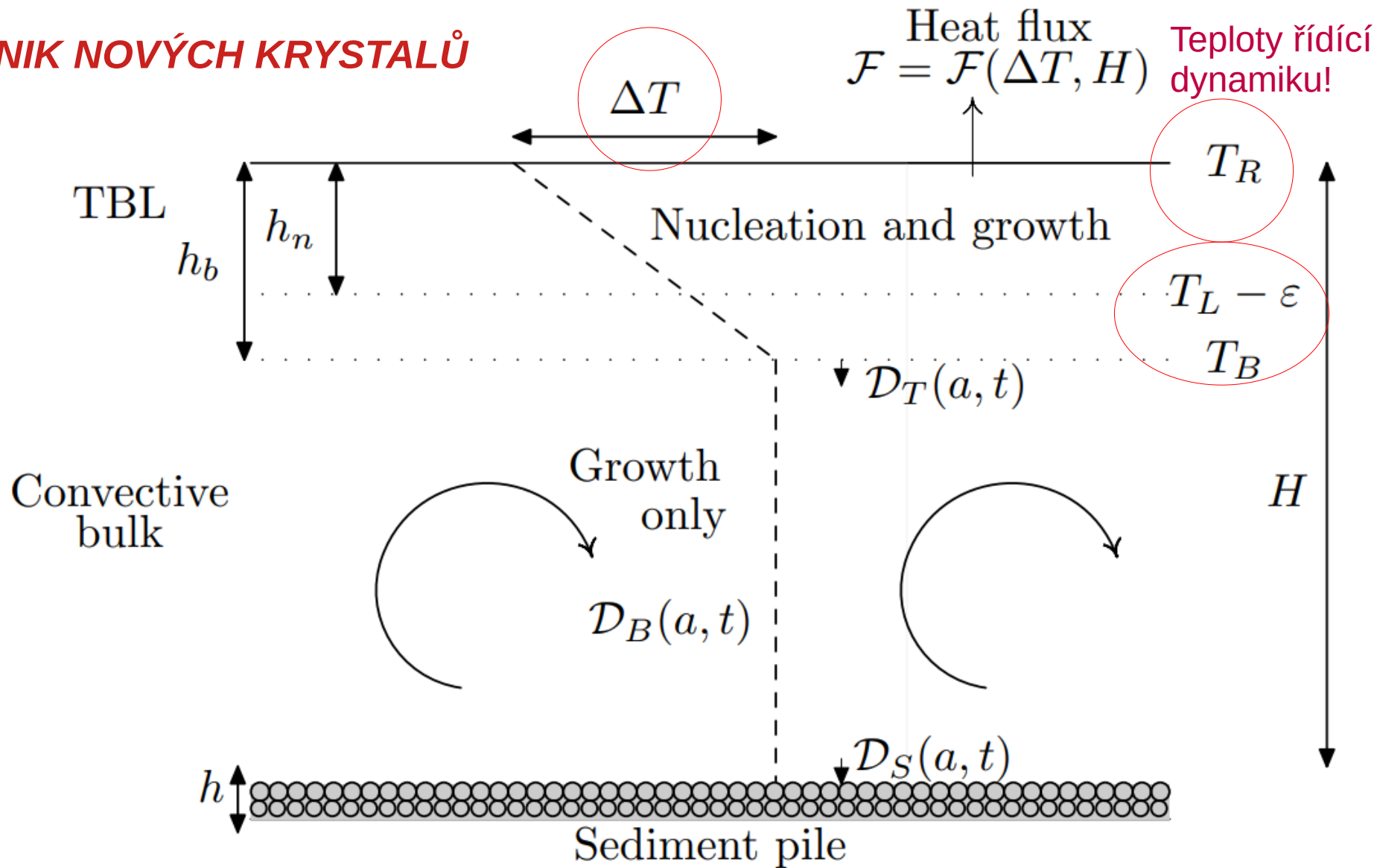
$$Nu(Ra, Pr) = a_{\text{III}} Ra^{3/7} Pr^{-1/7}$$

$$Re(Ra, Pr) = b_{\text{III}} Ra^{4/7} Pr^{-6/7}$$

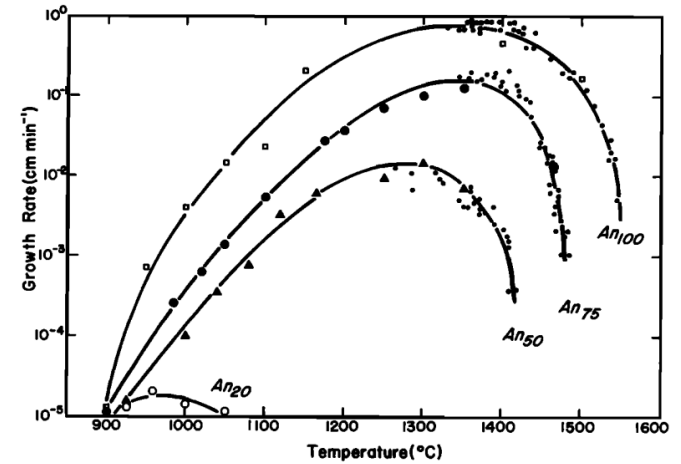
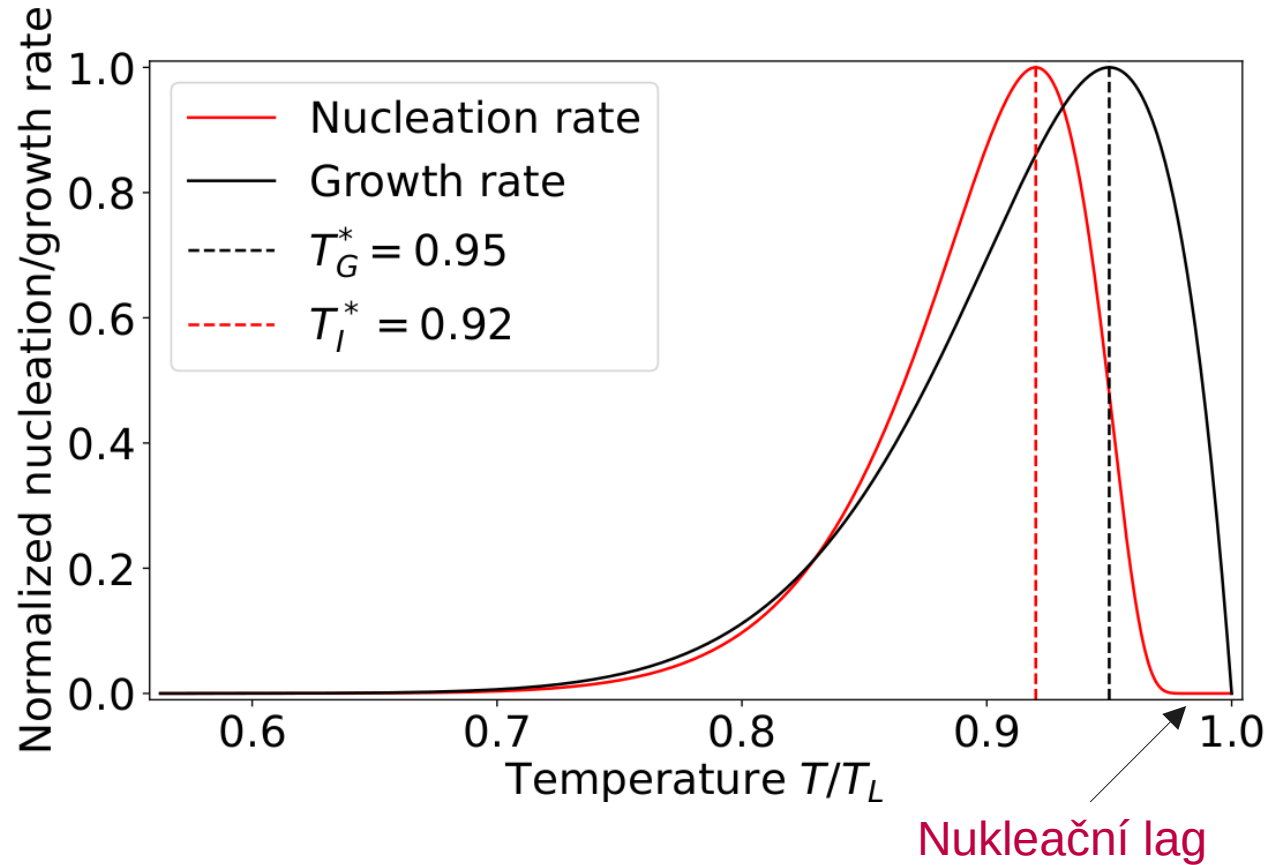
Tepelný tok a charakteristická rychlost proudění
ze dají z těchto čísel dopočítat!



TBL: VZNIK NOVÝCH KRYSTALŮ



Kinetika růstu a nukleace



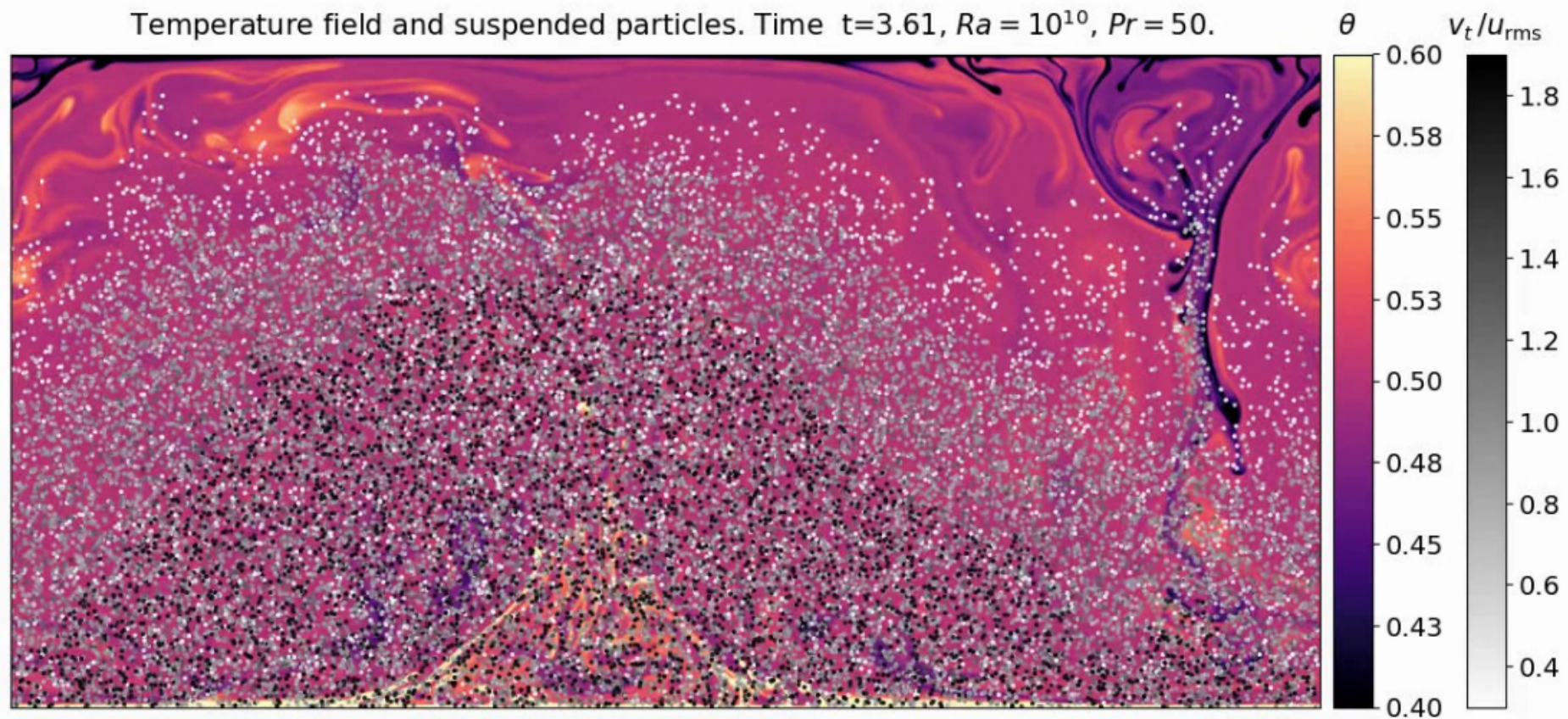
Kirkpatrick (1976)

Parametrizace:
Hort (1997); Dowty
(1980); Spohn (1988)

Homogenní nukleace

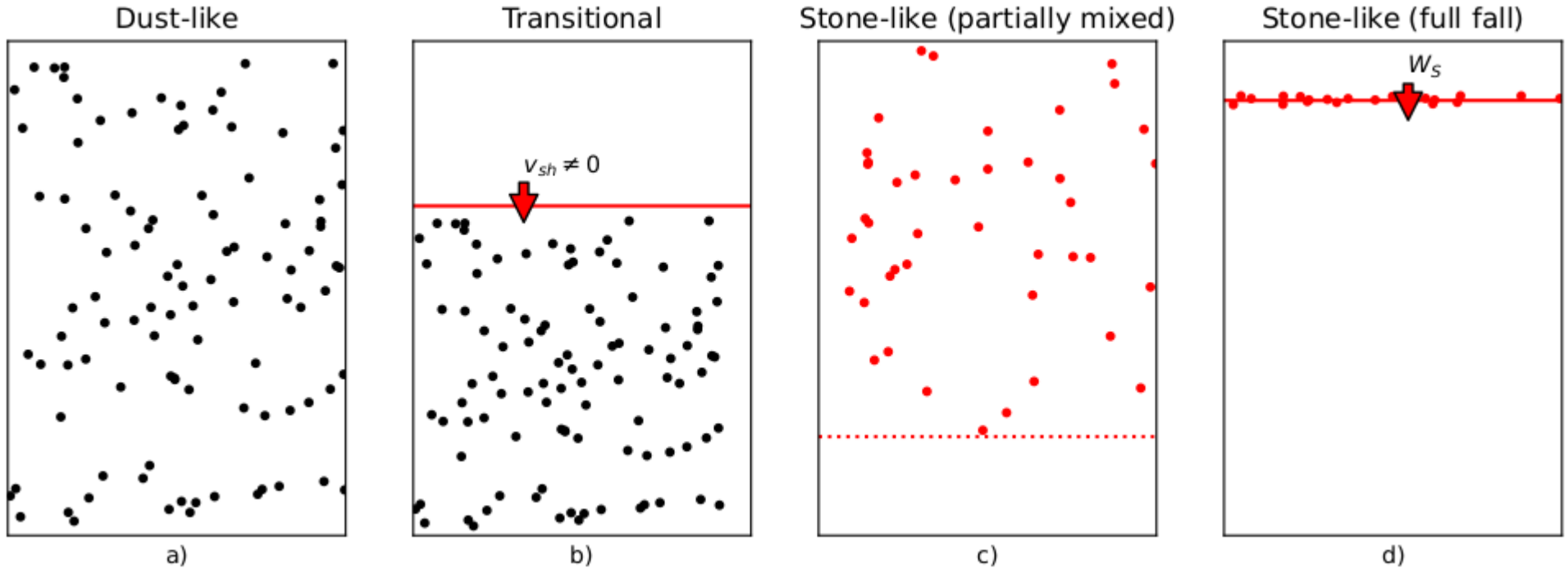
Příklad 2D simulace:

Jak se chovat ke krystalům v parametrickém modelu?



Patočka et al. (2022)

Patočka et al. (2022): Residenční čas se dá interpretovat jako statistická veličina, lze pak pracovat v pravděpodobnostním frameworku.

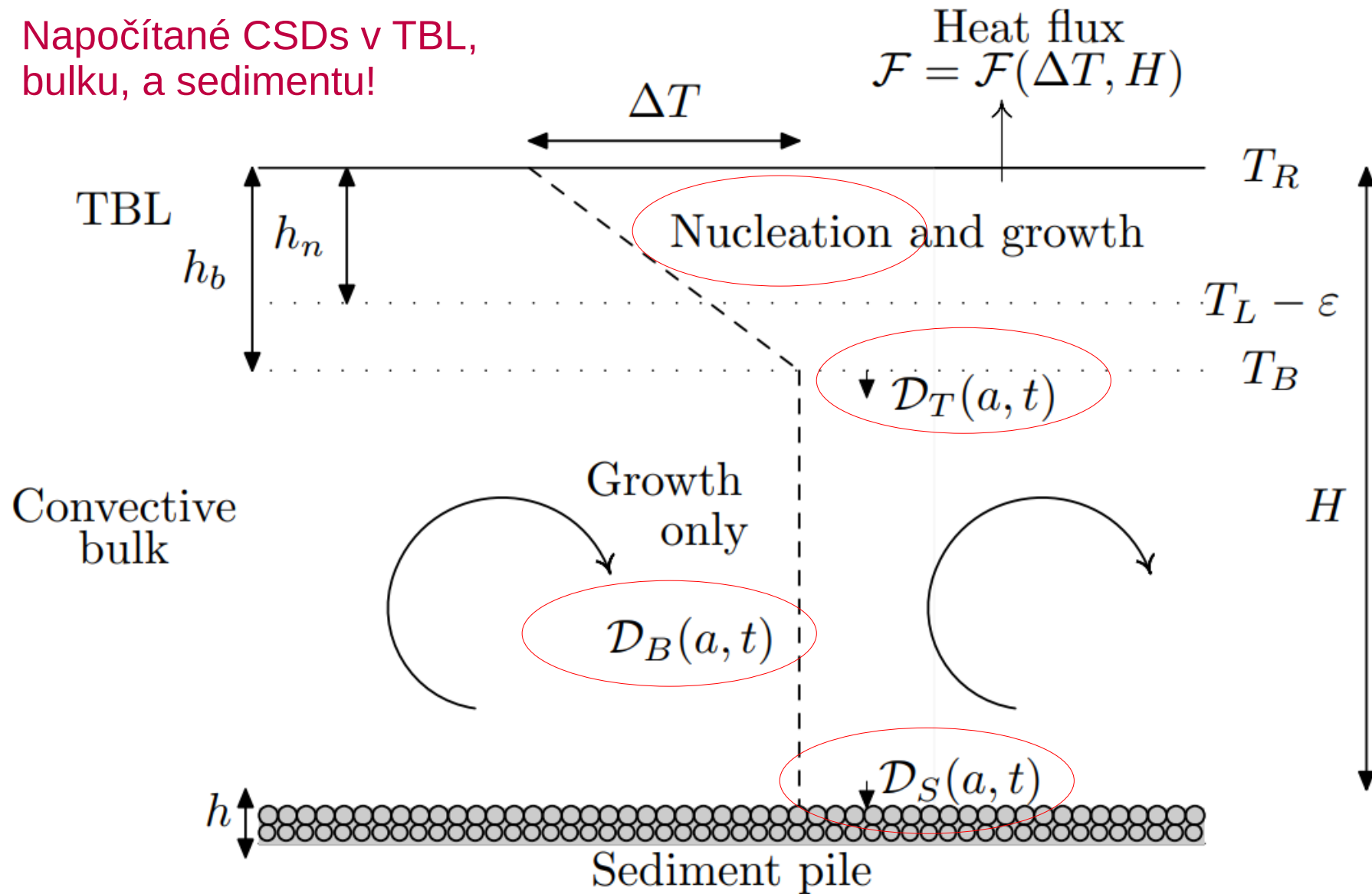


Přechodový poloměr:

$$a_{tr} = (9W_{rms}\gamma\rho_f\nu/2g\Delta\rho)^{1/2}$$

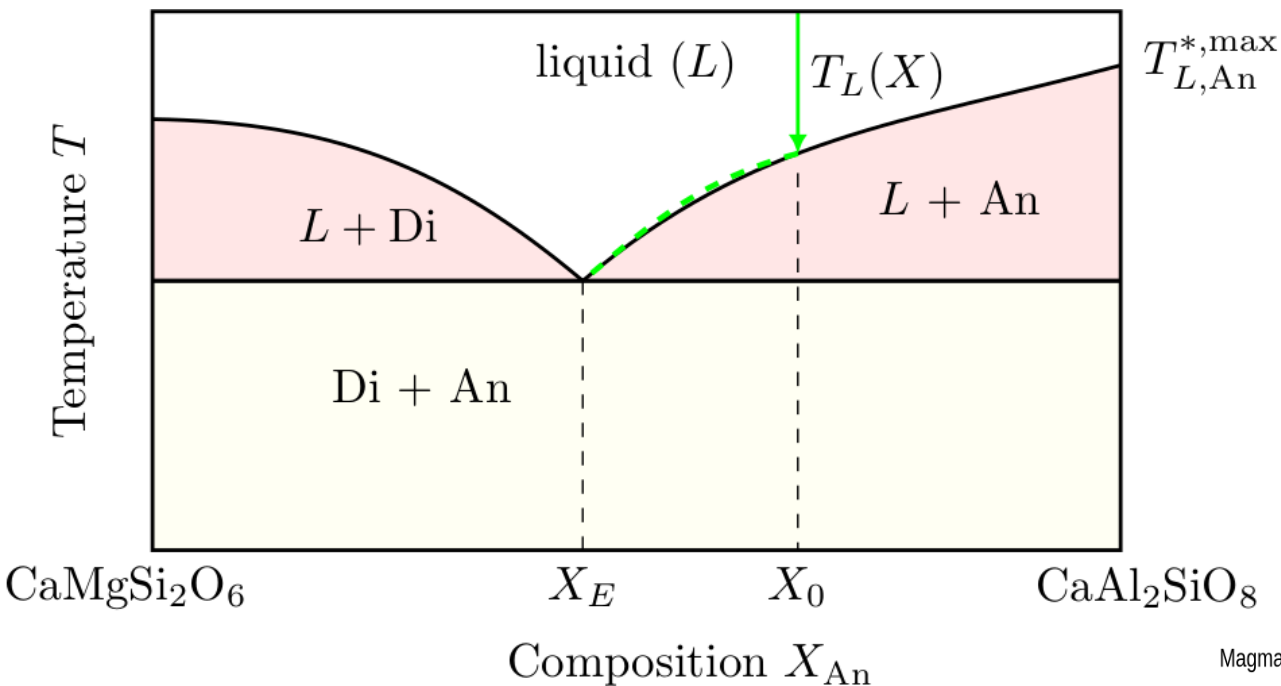
(charakteristická rychlost proudění)

Napočítané CSDs v TBL,
bulku, a sedimentu!



Modifikovaný anorthite-diopside eutektický systém “aproximující” průměrný MORB

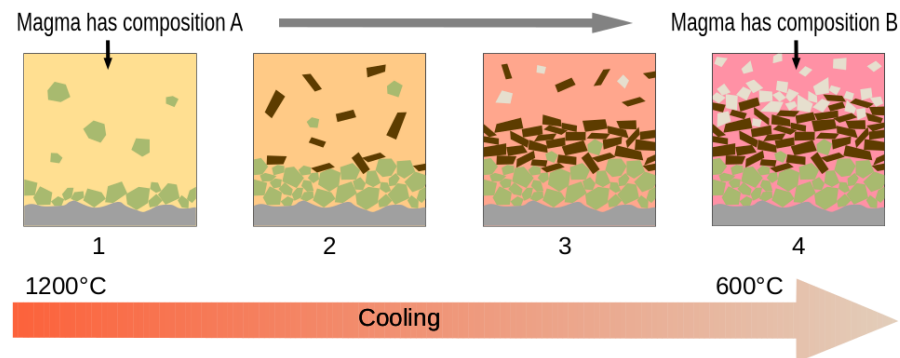
PETROLOGICKÁ KOMPONENTA



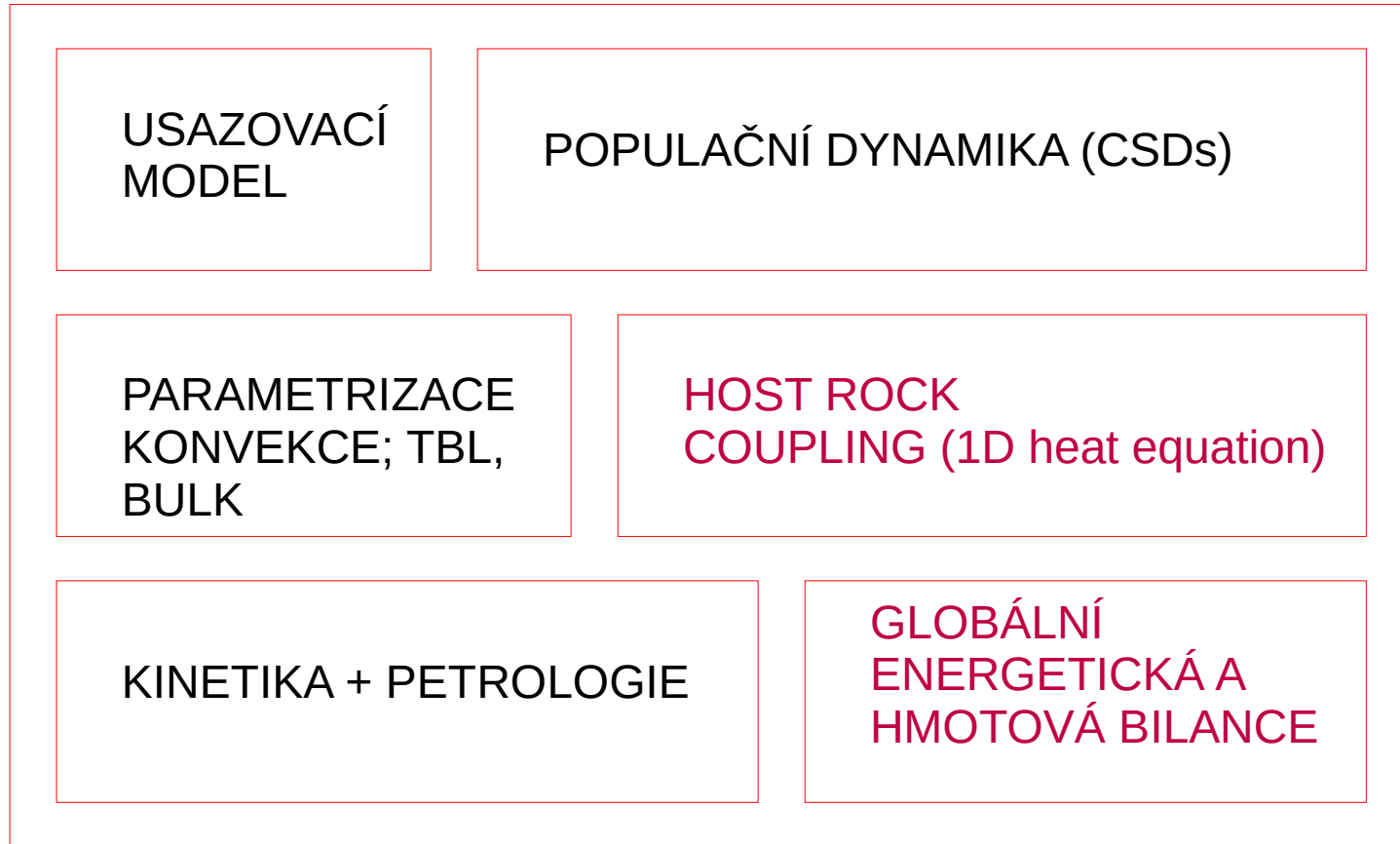
+ teplotně závislá viskozita (Giordano et al. 2008)

Nukleace, růst, a
usazování jedné
minerální fáze,
**krystalizujeme od X_0 to
eutektického složení
 X_E .**

Lze snadno rozšířit na
složitější systémy!

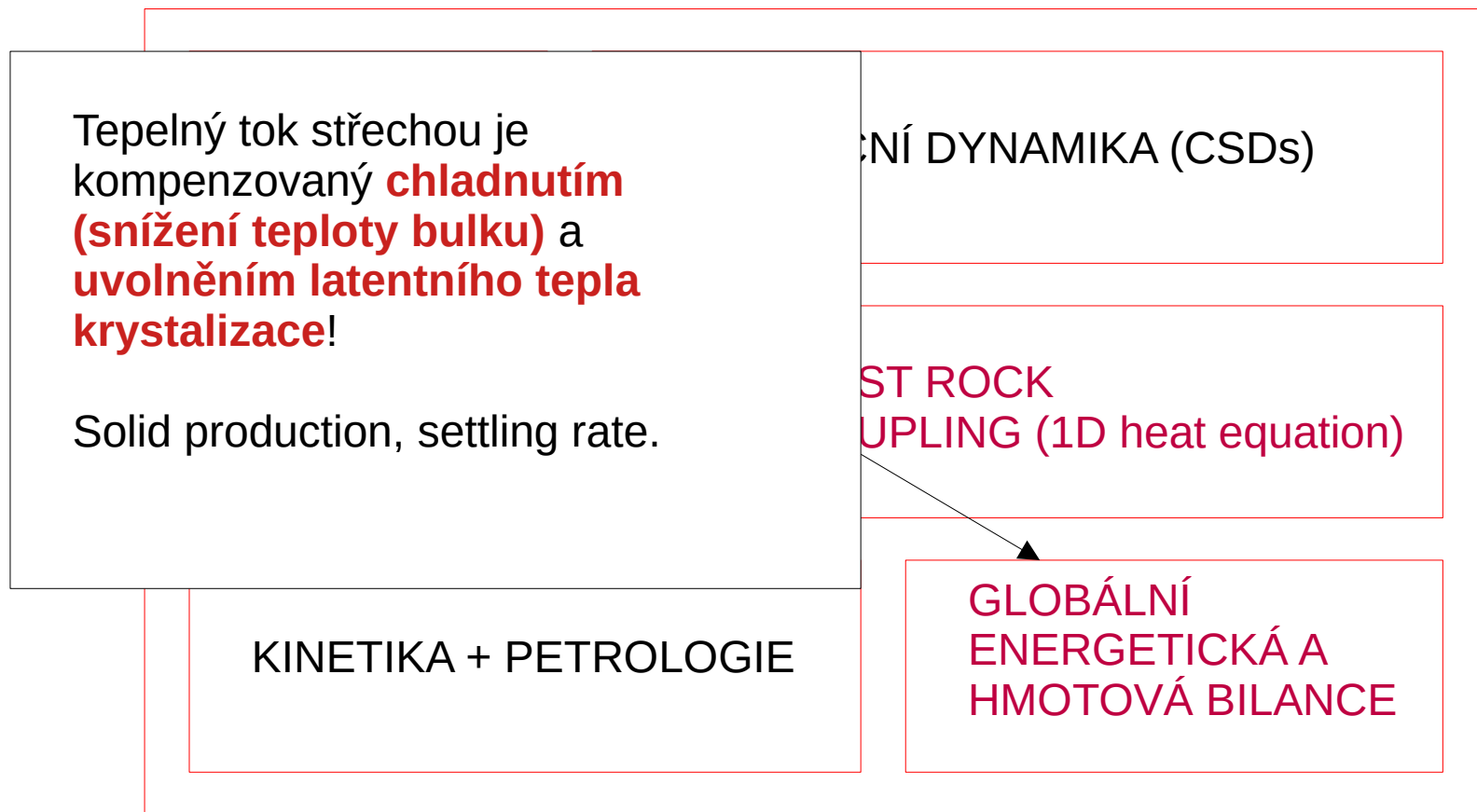


ParMaCh model:



Složitý coupling.. lze zjednodušit?

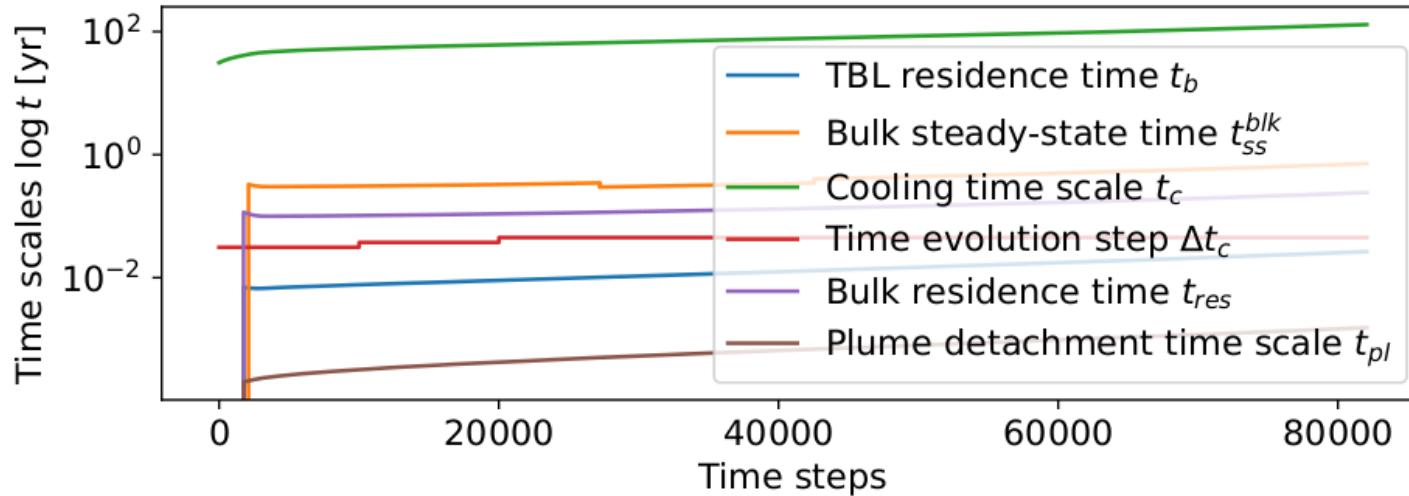
ParMaCh model:



Složitý coupling.. lze zjednodušit?

Quasi-stacionární limita

Pokud je časová škála chladnutí je **výrazně delší** než charakteristický residenční čas krystalu v bulku, lze makroskopické chladnutí (tj. rovnice energetické a hmotnostní bilance oddělit od řešení rovnic populační dynamiky!



CO SE ROZUMÍ POD POJMEM **STEADY-STATE** V KONTEXTU DYNAMIKY KRYSTALŮ?

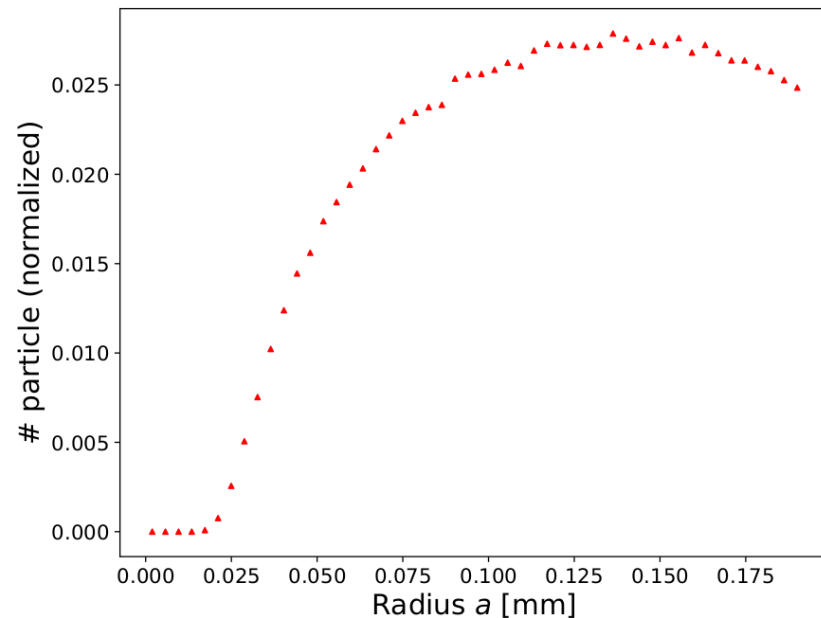
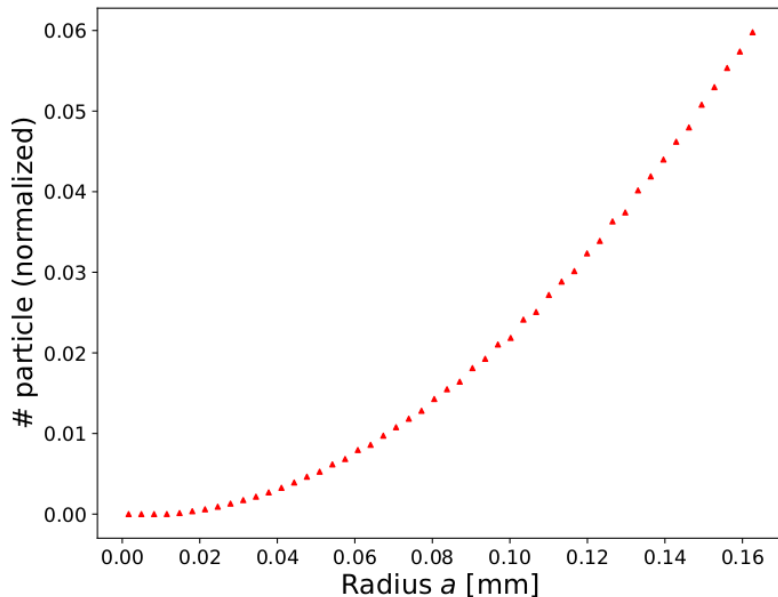
Výsledky modelu

- 1) Convection mixing: jak vypadají **CSDs** v bulku a sedimentu?
- 2) Termodynamická evoluce komory: jak se komora vyvíjí a jak vypadá **grading**?

Jak o CSDs přemýšlet v kontextu modelu?

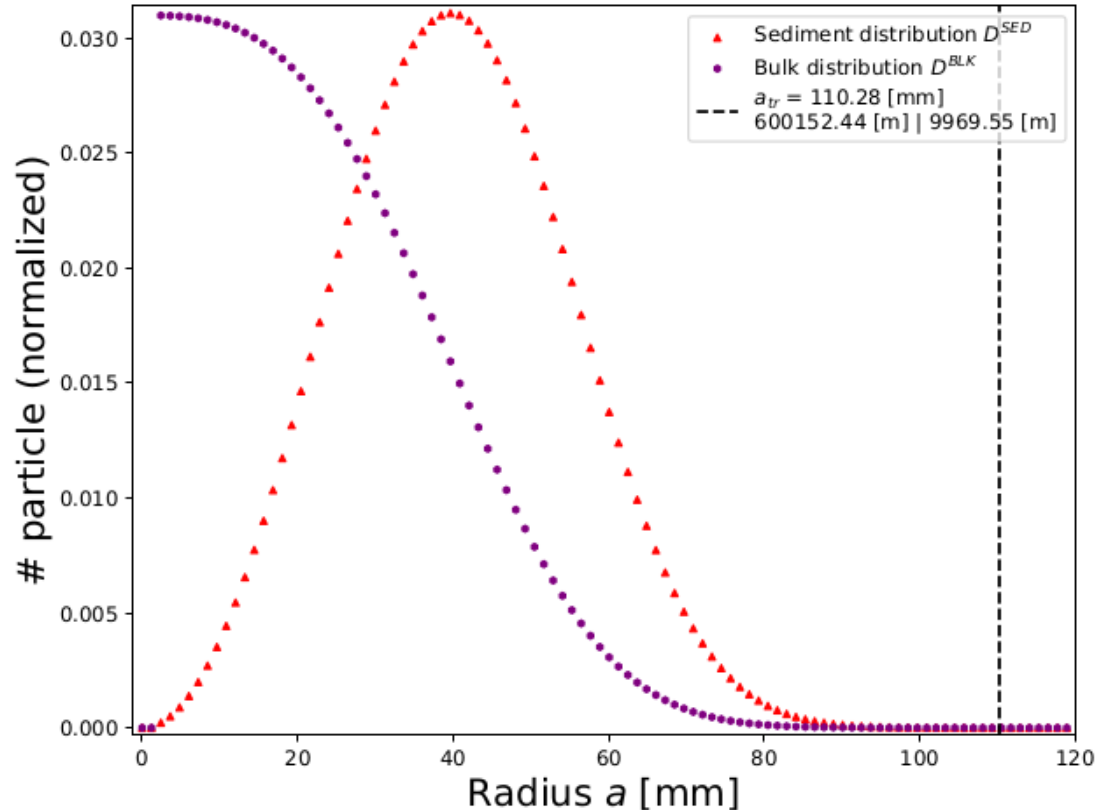
“POTRUBNÍ MODEL” (= počet krystalů, co mi spadne do bulku by měl jej i opustit, jaká je ale jejich distribuce velikostí?)

Příklad distribucí z TBL (thermal boundary layer):



CSDs: Základní end-member

Nejsilnější kontrola konvekce: krystaly z TBL mají nulový poloměr, v bulku rostou a chovají se jako dust-like částice!



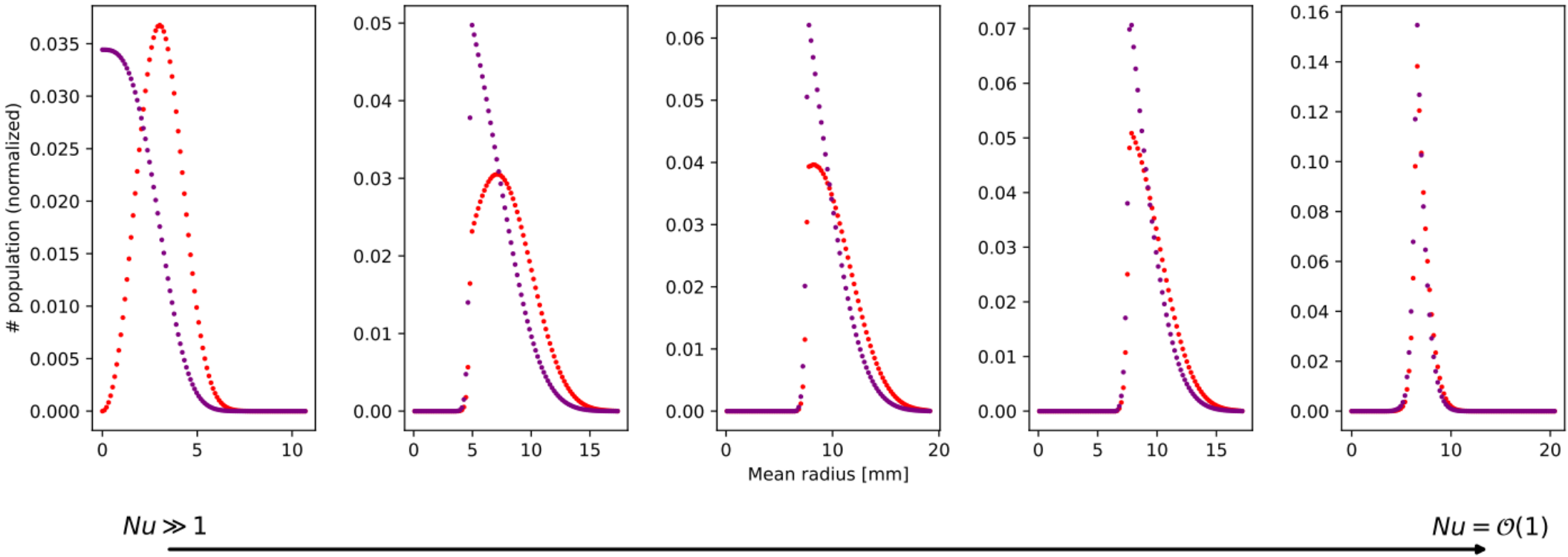
$$n = n^0 \exp\left[-\frac{L^3}{3CG}\right]$$

$$\phi(a, t) = \frac{N(t)}{V(t)} \exp\left[-\frac{\lambda(t) a^3}{3(H-h(t)) V(t)}\right],$$

cf. Jarvis & Woods (1994),
Marsh (1988)

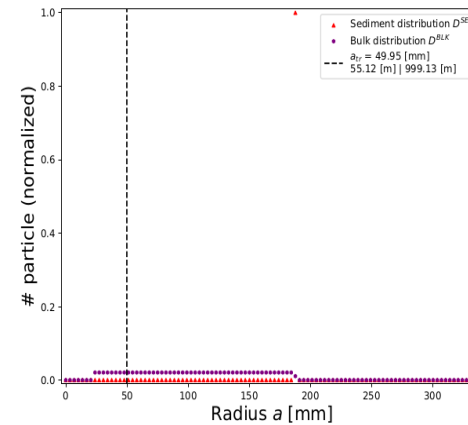
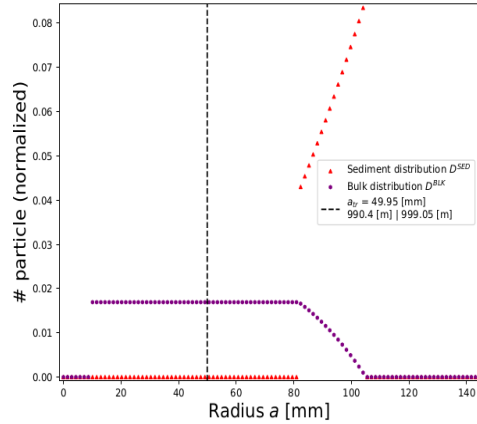
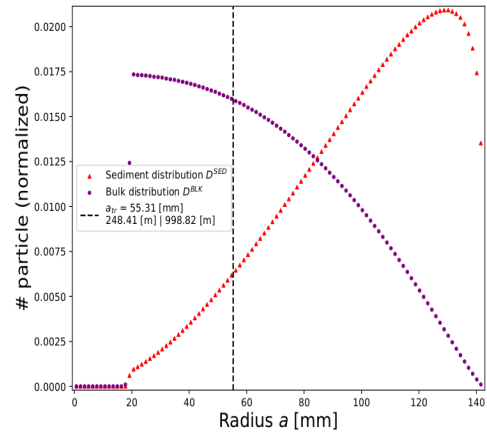
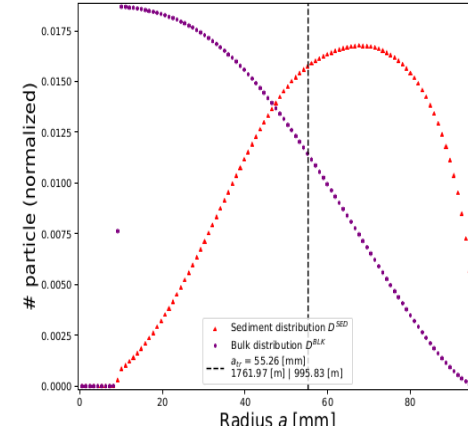
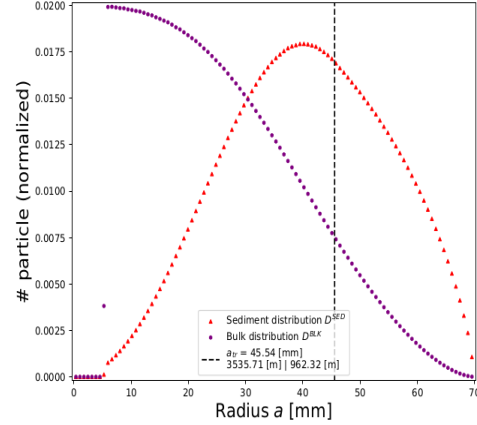
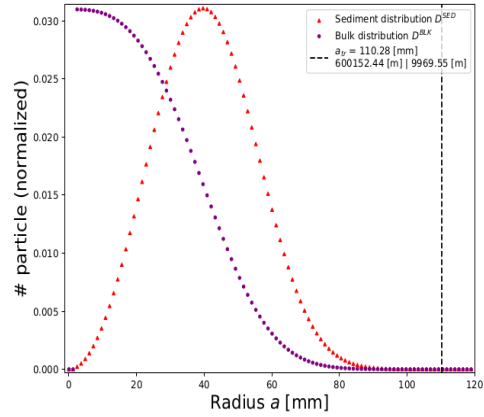
Fialová: BULK
Červená: SEDIMENT

- I) Efekt TBL distribuce:

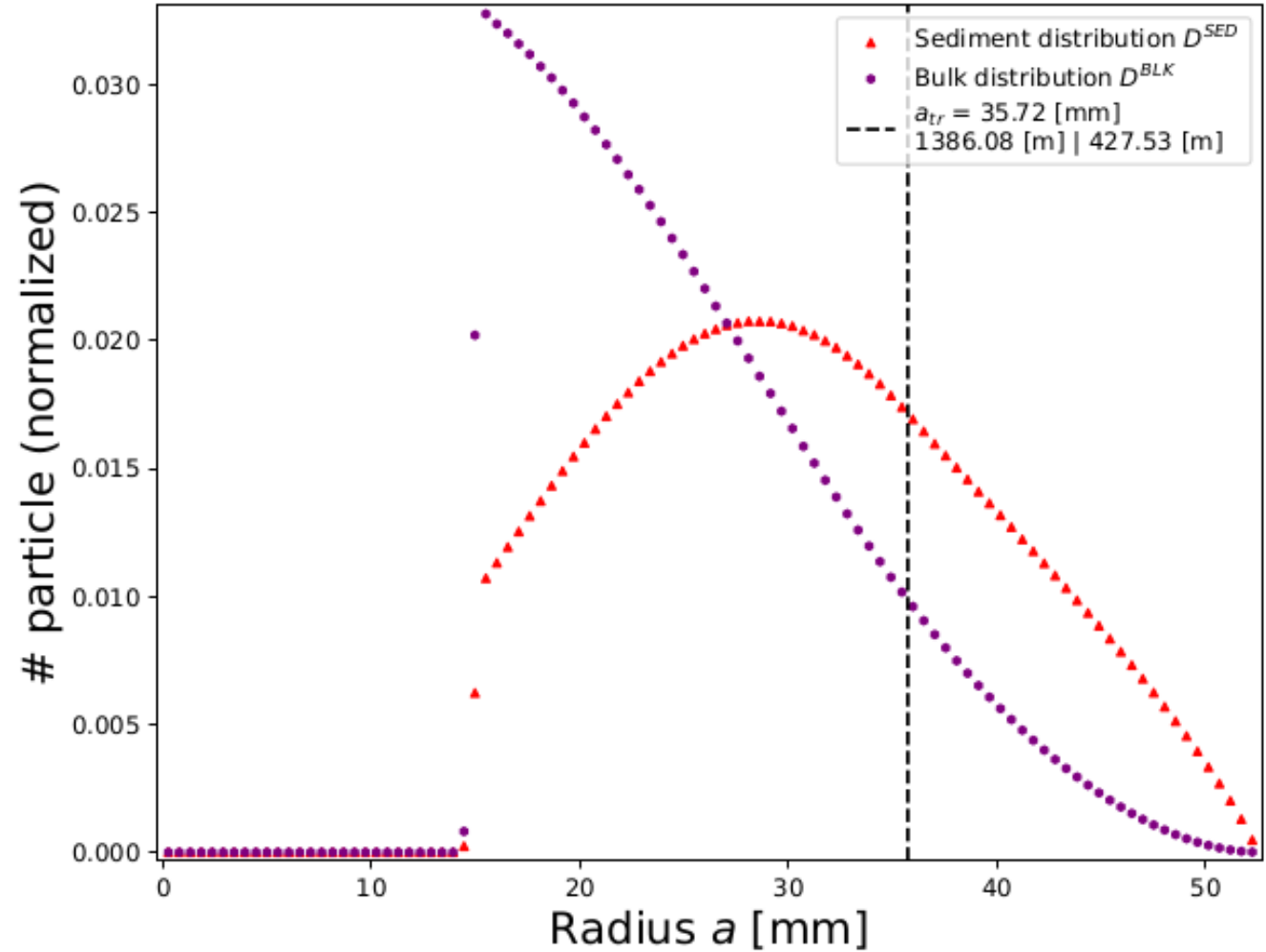


$$\frac{a_b}{\bar{a}_d} \sim \frac{t_b \tilde{\mathcal{G}}}{t_B \mathcal{G}} \sim \left(\frac{1}{Nu} \right)^{1/3} \left(\frac{\tilde{\mathcal{G}}}{\mathcal{G}} \right)^{1/3}$$

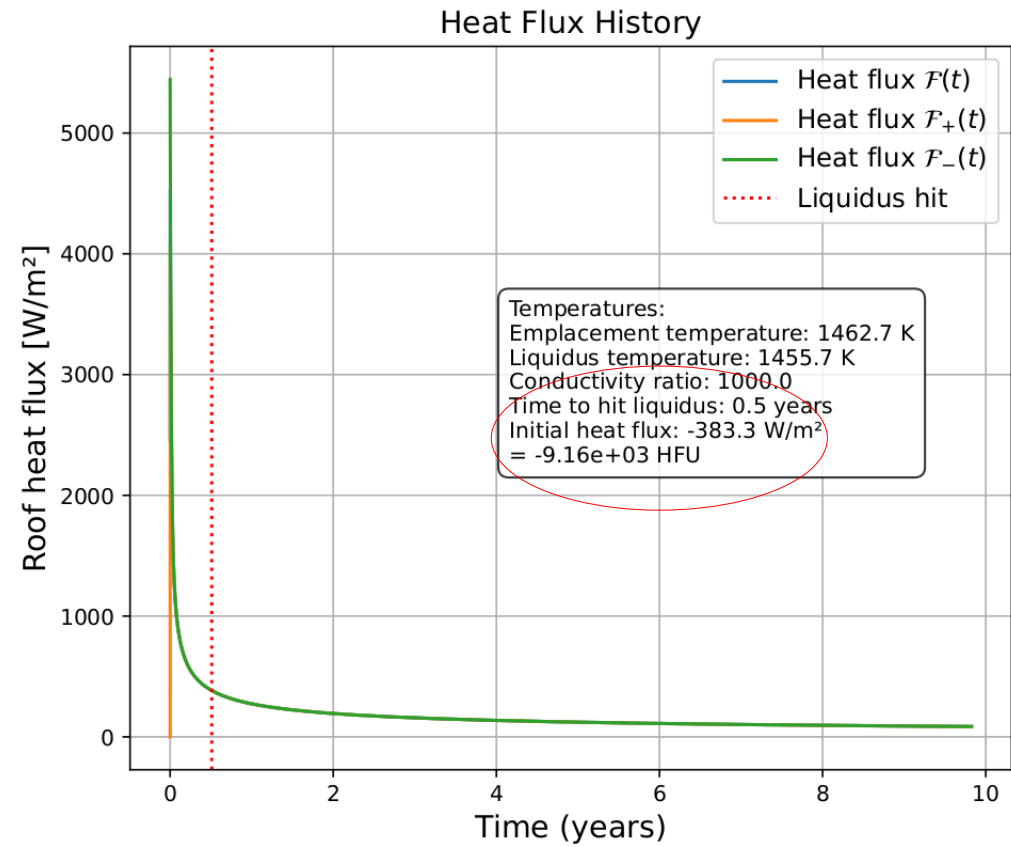
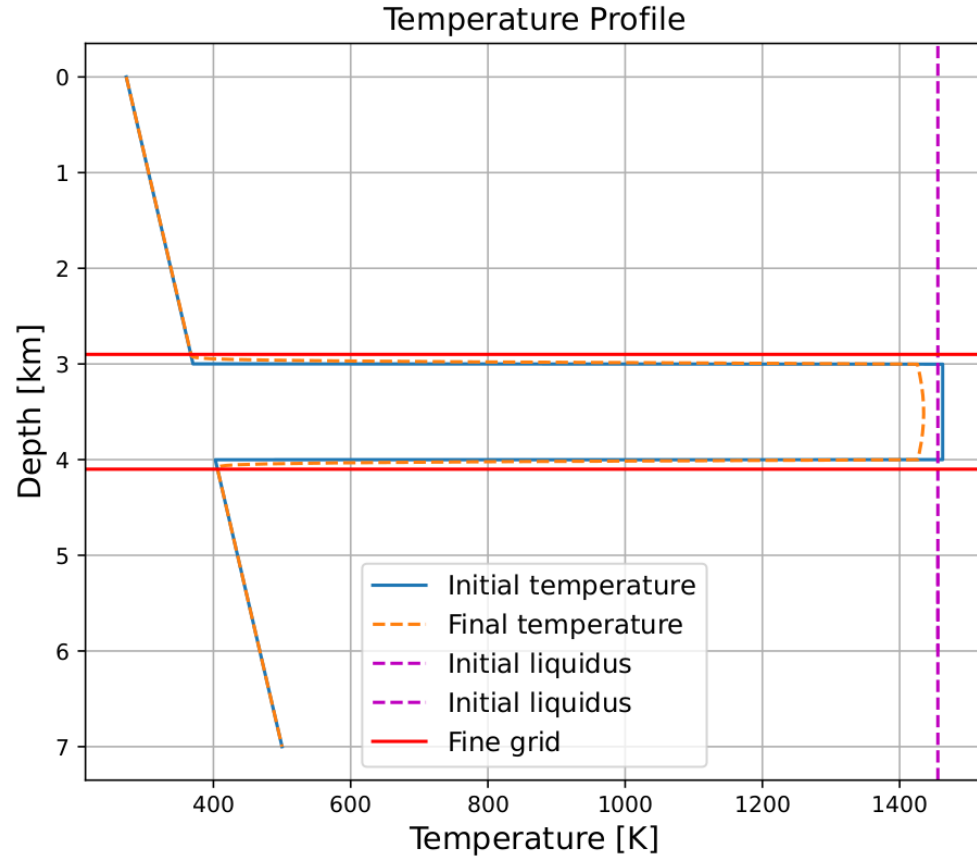
- II) Efekt přechodu k stone-like režimu:



...samozřejmě můžeme pozorovat kombinaci
obou efektů..



Geologická doména



$\Delta T \geq \varepsilon$ - model A (immediate nucleation)

$\Delta T < \varepsilon$ - model B (delayed nucleation)

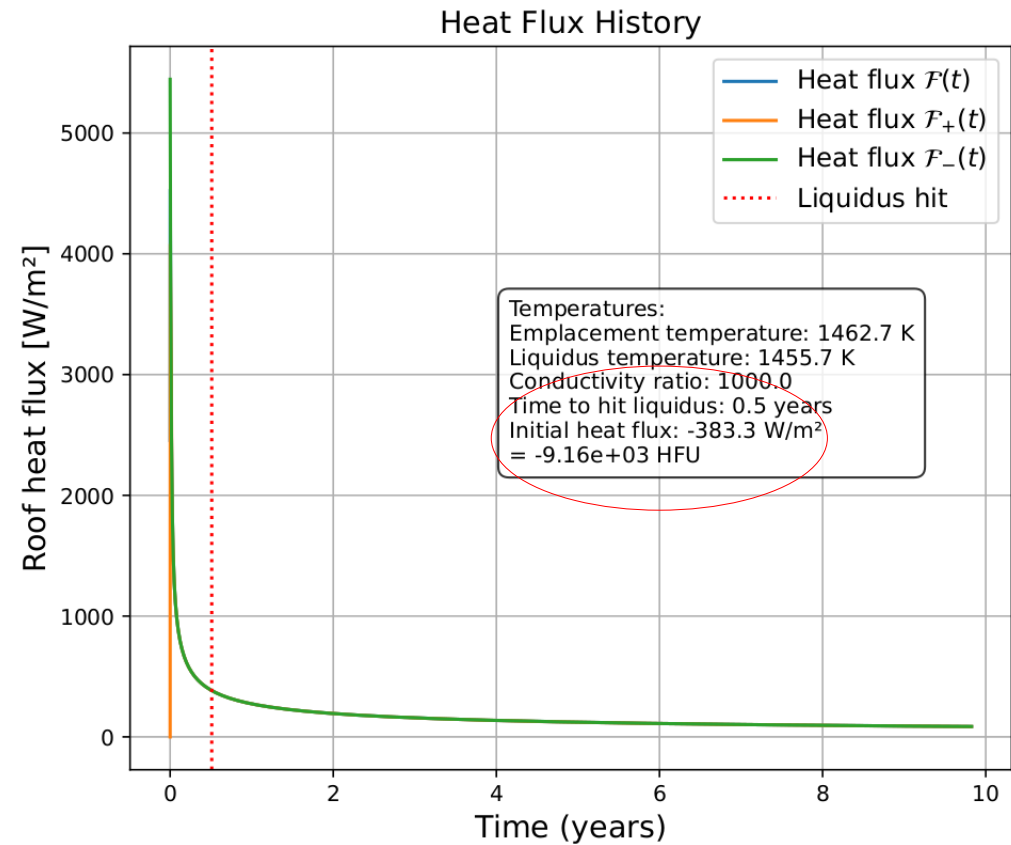
Počáteční tepelný tok se dá z GL přepočítat na ΔT a porovnat s nukleačním lagem!

Geologická doména

V modelech typu A je TBL ihned dostatečně podchlazená, aby mohlo dojít k nukleaci krystalů!

V modelech typu B se nejdříve musí komora nějakou dobu chladit, a to do doby, dokud teplota střechy nespadne pod likvidus mínus nukleační lag!

$$\mathcal{F}_{\text{est.}}(t) = \mathcal{F}_0 (1 + t/t_{c0})^{-1/2}$$



$\Delta T \geq \varepsilon$ - model A (immediate nucleation)

$\Delta T < \varepsilon$ - model B (delayed nucleation)

Počáteční tepelný tok se dá z GL přepočítat na ΔT a porovnat s nukleačním lagem!

Velmi zcouplovaný systém (i v quasi-stacionární limitě).. systematické procházení modelového prostoru.. pro účely této prezentace se podívejme na “**zlatou komoru**” a ukažme si referenční simulace typu A a B..

Referenční model A

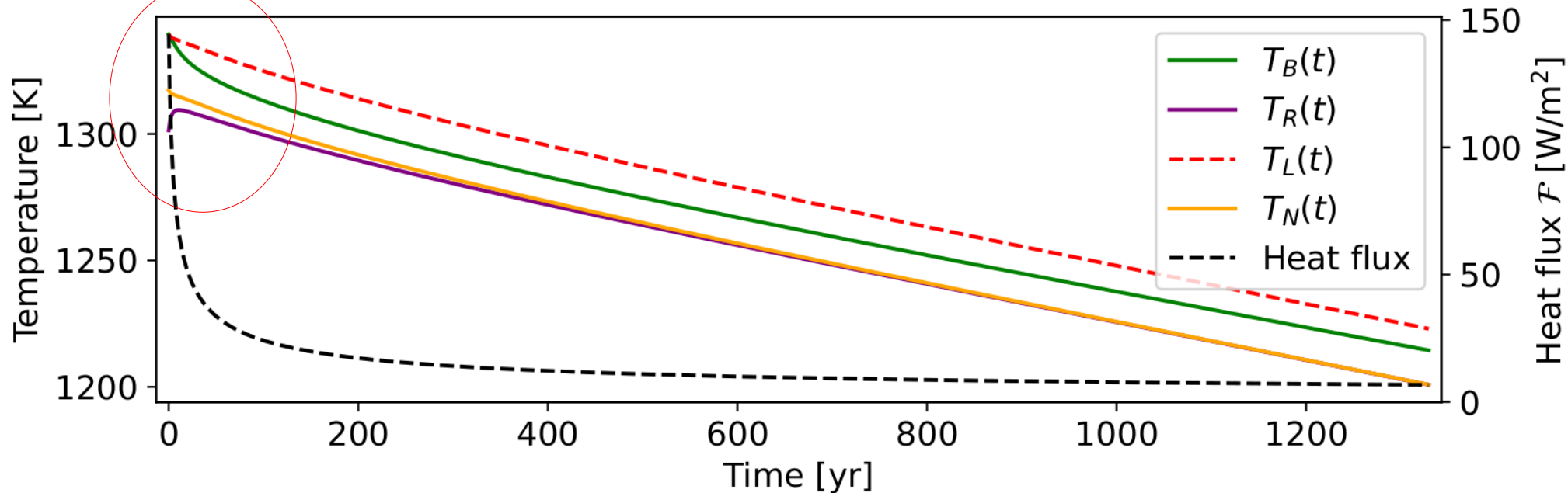
Parameter	Značení	Hodnota	Jednotka
Počáteční výška komory	H_0	10^3	m
Počáteční tepelný tok	$\mathcal{F}_0$	150	W m^{-2}
Počáteční složení	$X_{L,0}$	0.75	wt%An
Růstová amplituda	G_0	1×10^{-6}	m s^{-1}
Nukleační amplituda	$\mathcal{N}_0$	1×10^3	$\# \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$
Nukleační lag	ε	22	K

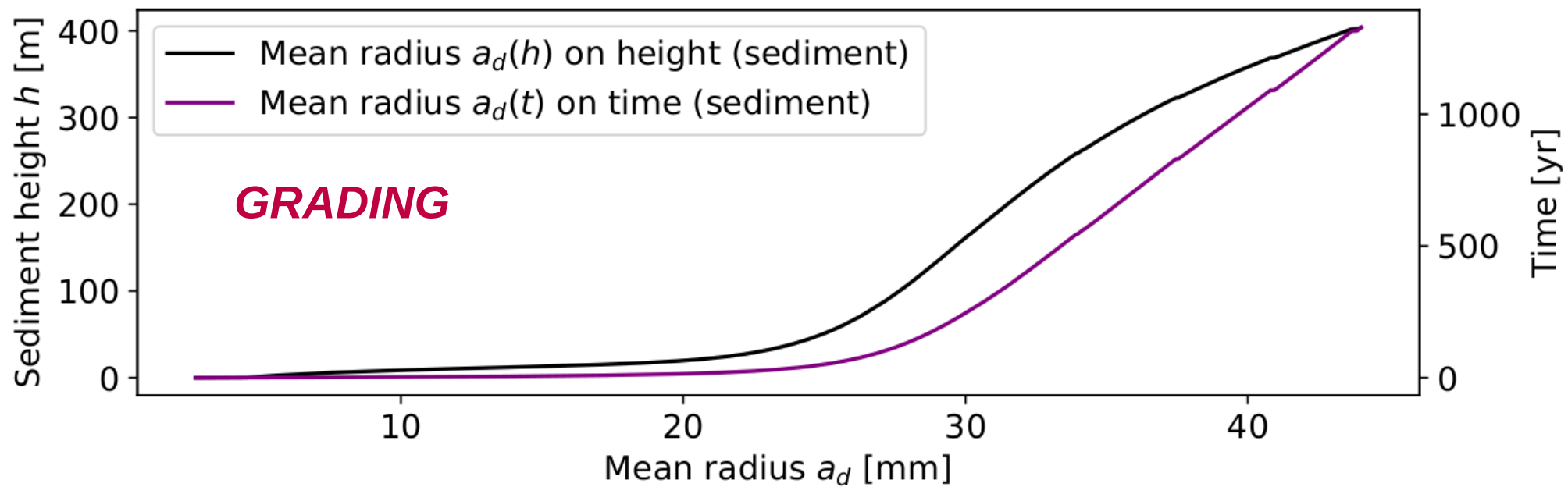
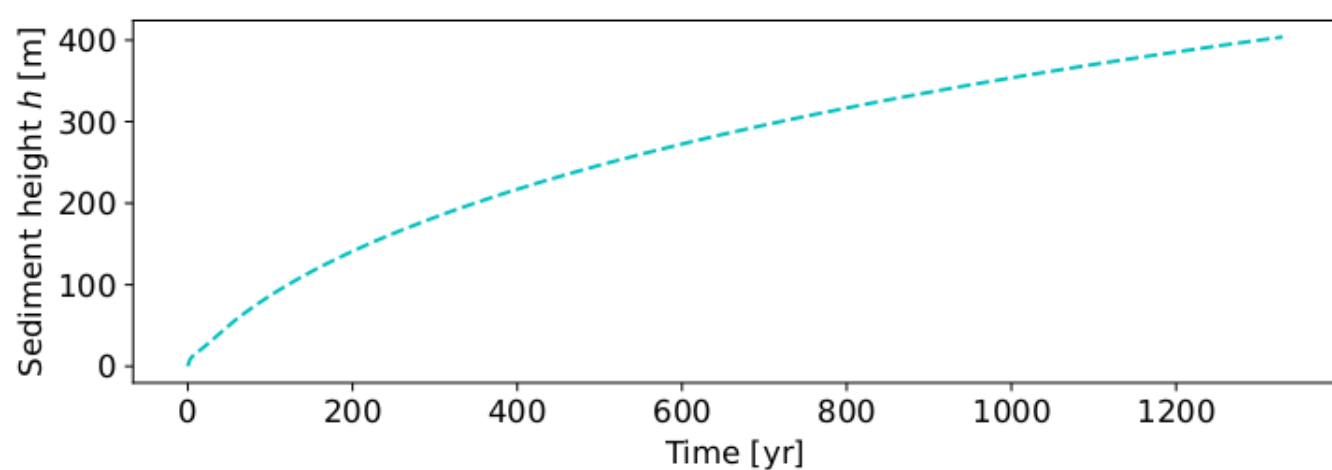
Referenční simulace typu A

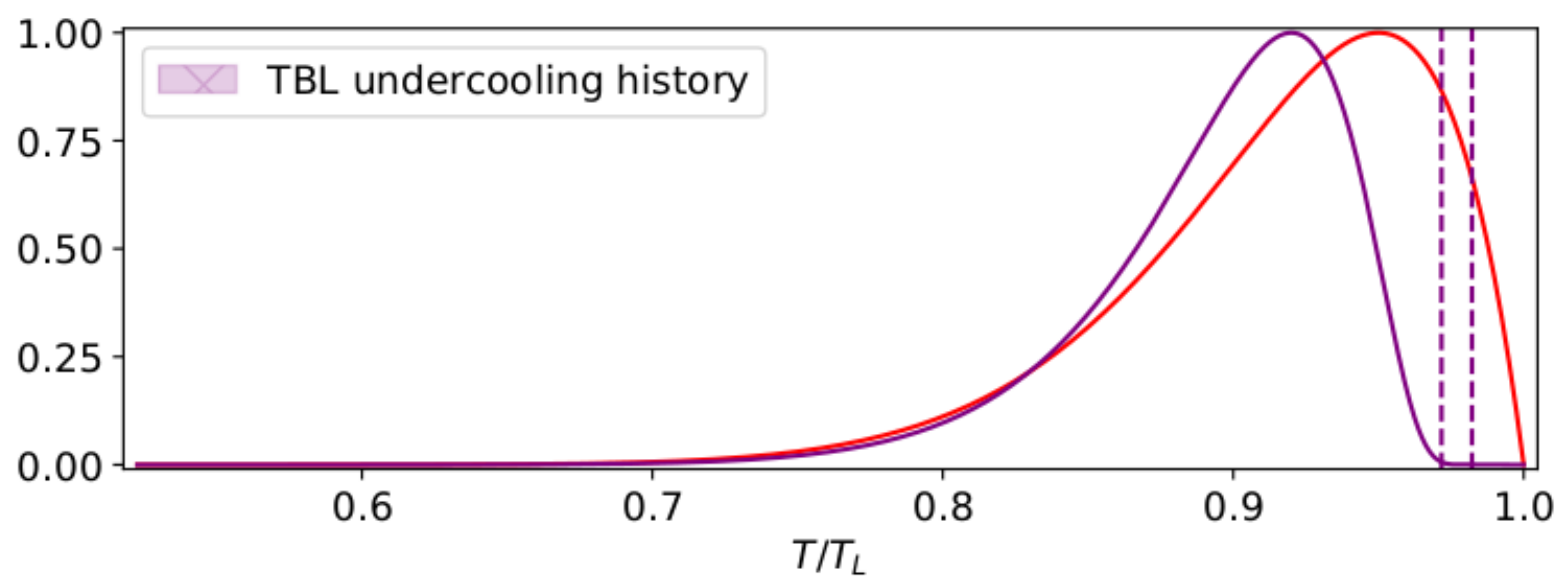
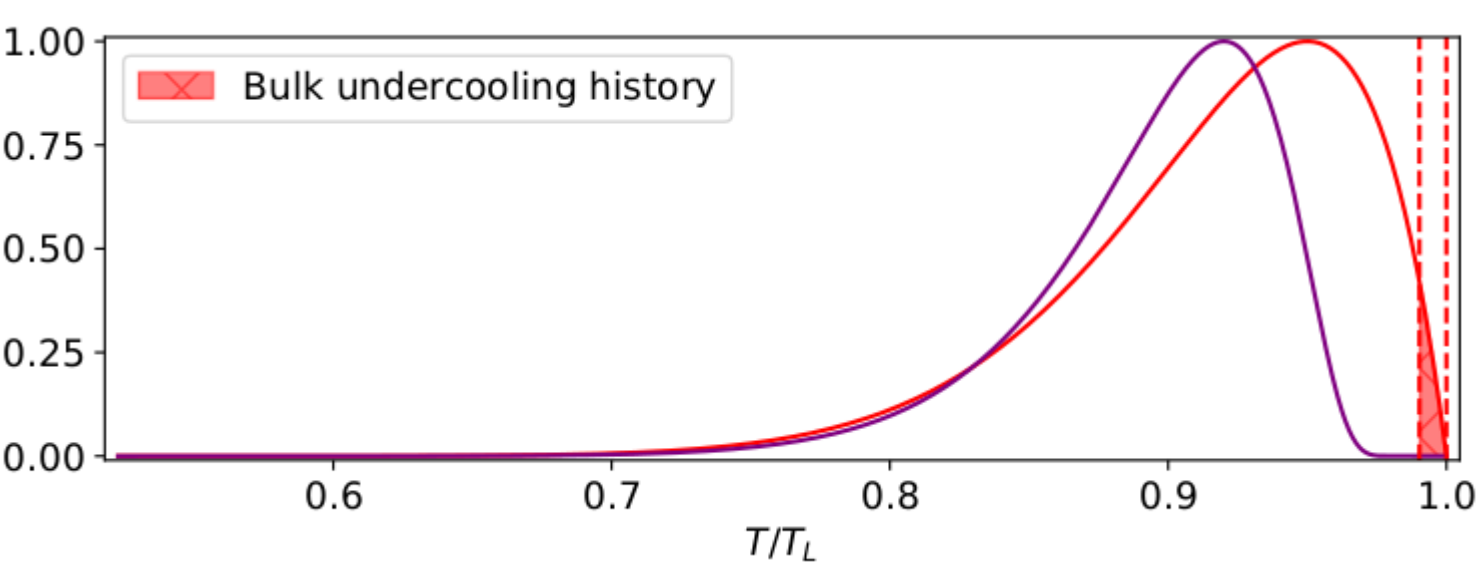
I. Vývoj teplot:

Growth-limited režim, trade-off mezi podchlazením v TBL a v bulku.

Hodně malých krystalů.







Velmi zcouplovaný systém (i v quasi-stacionární limitě).. systematické procházení modelového prostoru.. pro účely této prezentace se podívejme na “**zlatou komoru**” a ukažme si referenční simulace typu A a B..

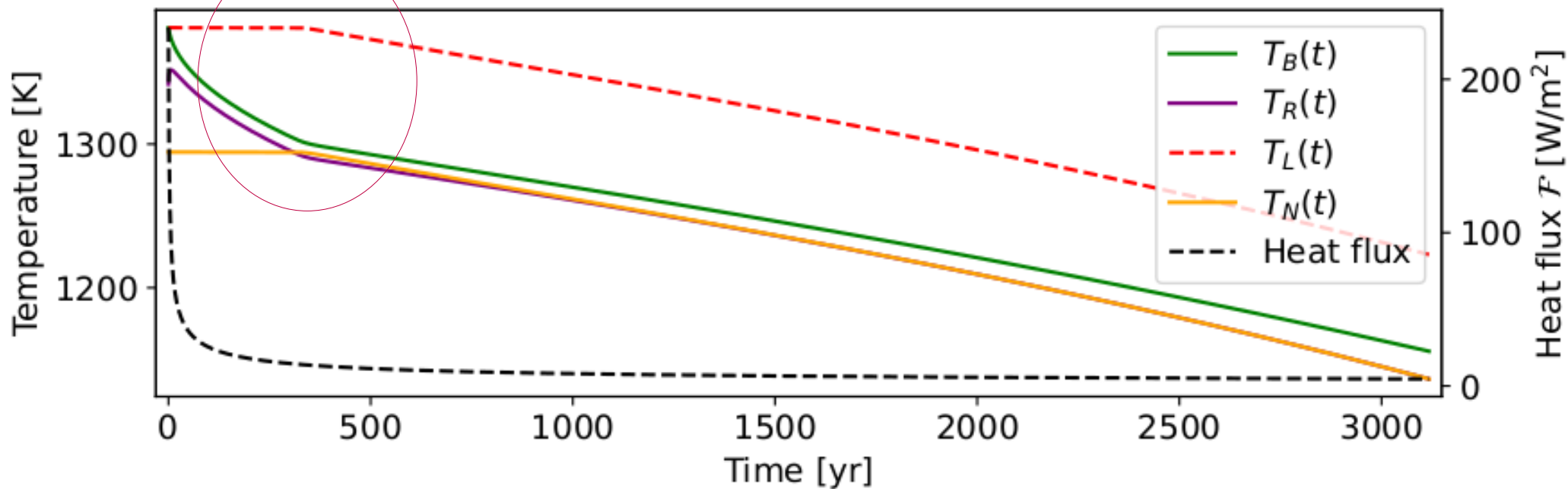
Referenční model B

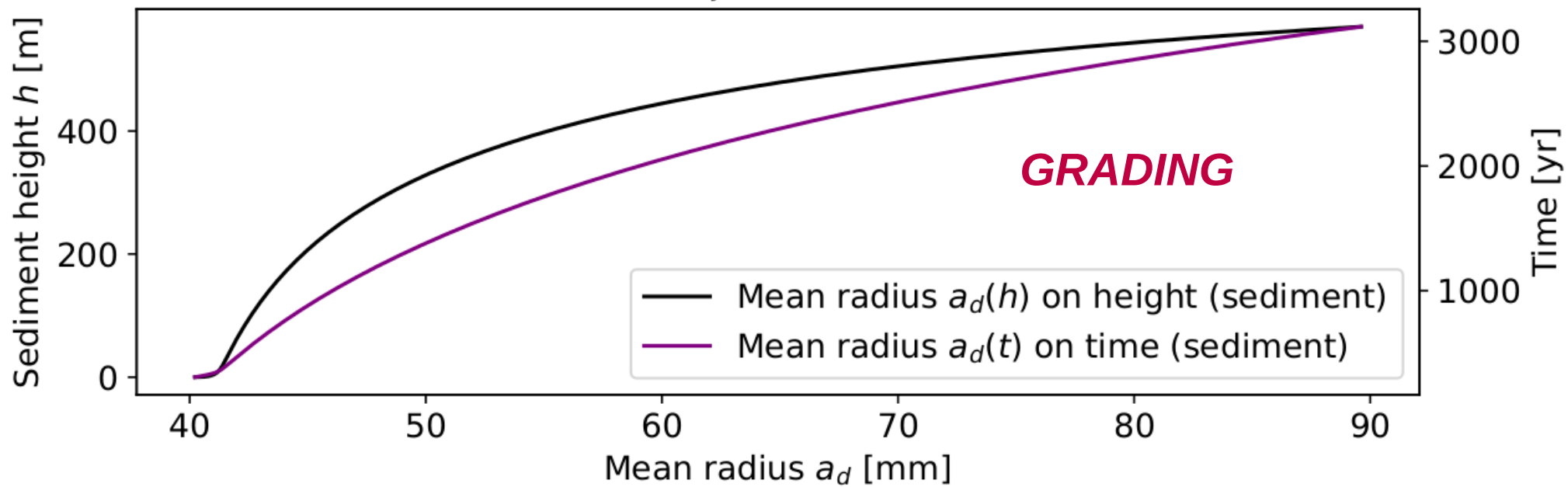
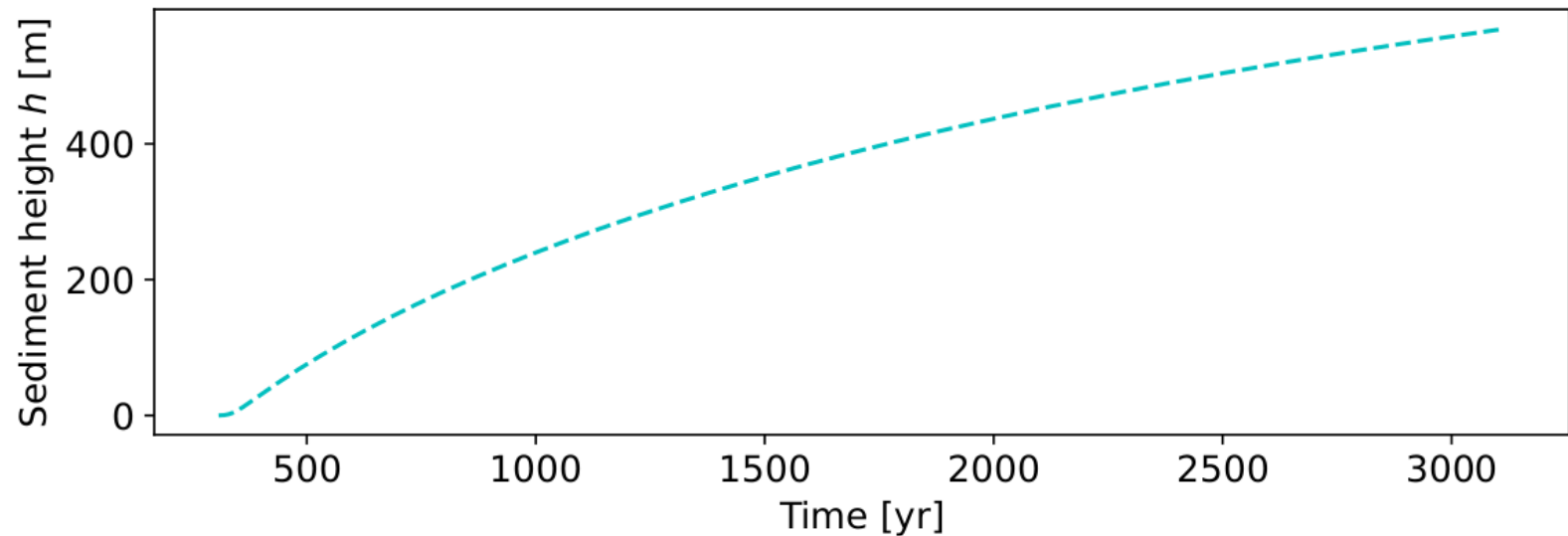
Parameter	Značení	Hodnota	Jednotka
Počáteční výška komory	H_0	10^3	m
Počáteční tepelný tok	$\mathcal{F}_0$	200	W m^{-2}
Počáteční složení	$X_{L,0}$	0.75	wt%An
Růstová amplituda	G_0	1×10^{-8}	m s^{-1}
Nukleační amplituda	$\mathcal{N}_0$	1×10^3	$\# \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$
Nukleační lag	ε	80	K

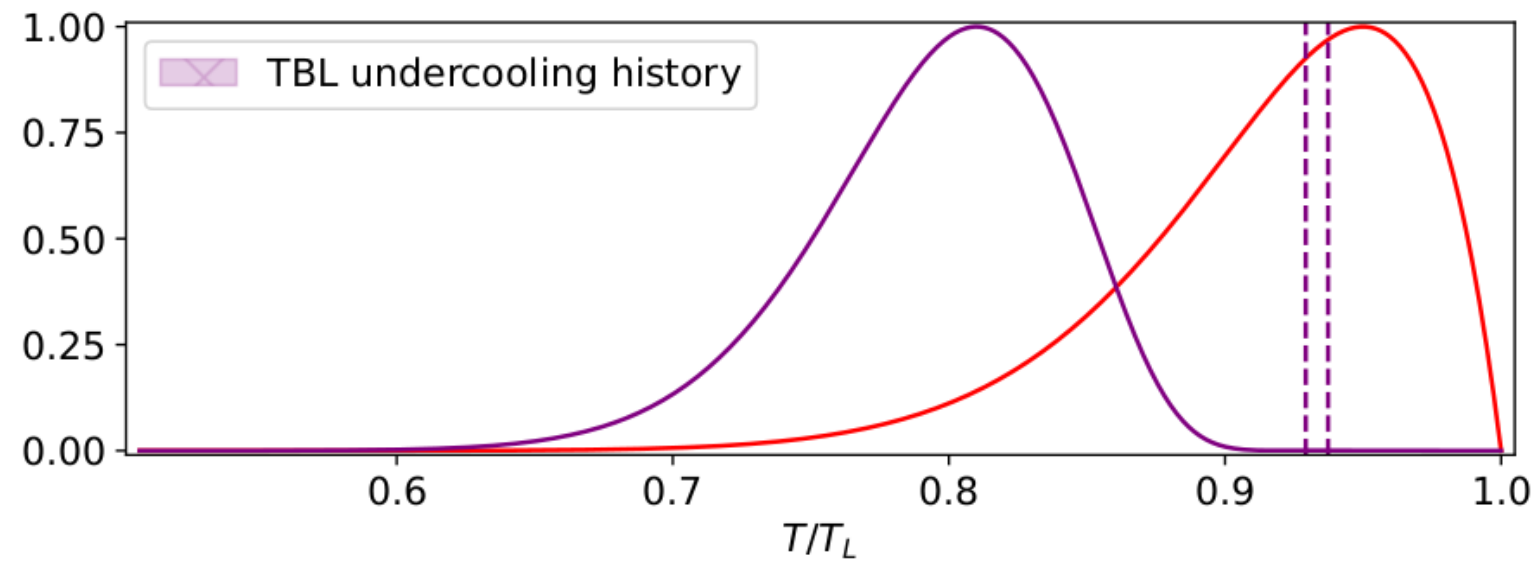
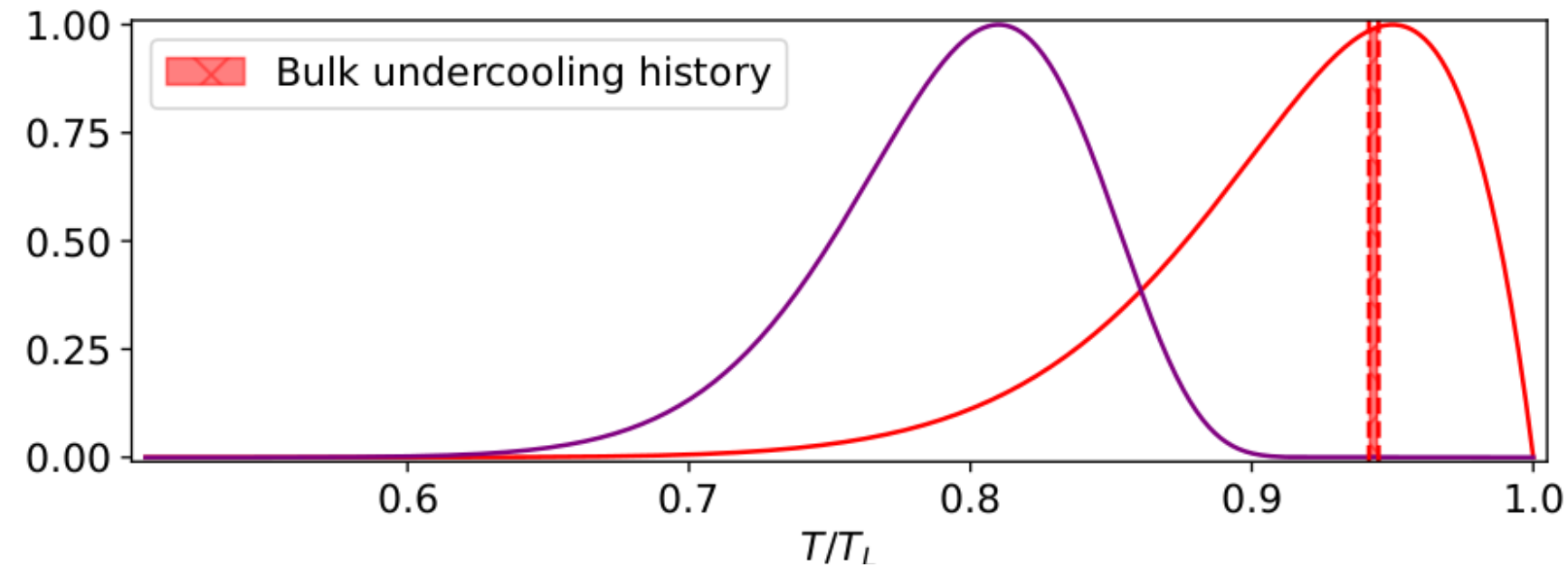
Referenční simulace typu B

I. Vývoj teplot:

Nucleation limited regime.
Málo ale velkých krystalů.

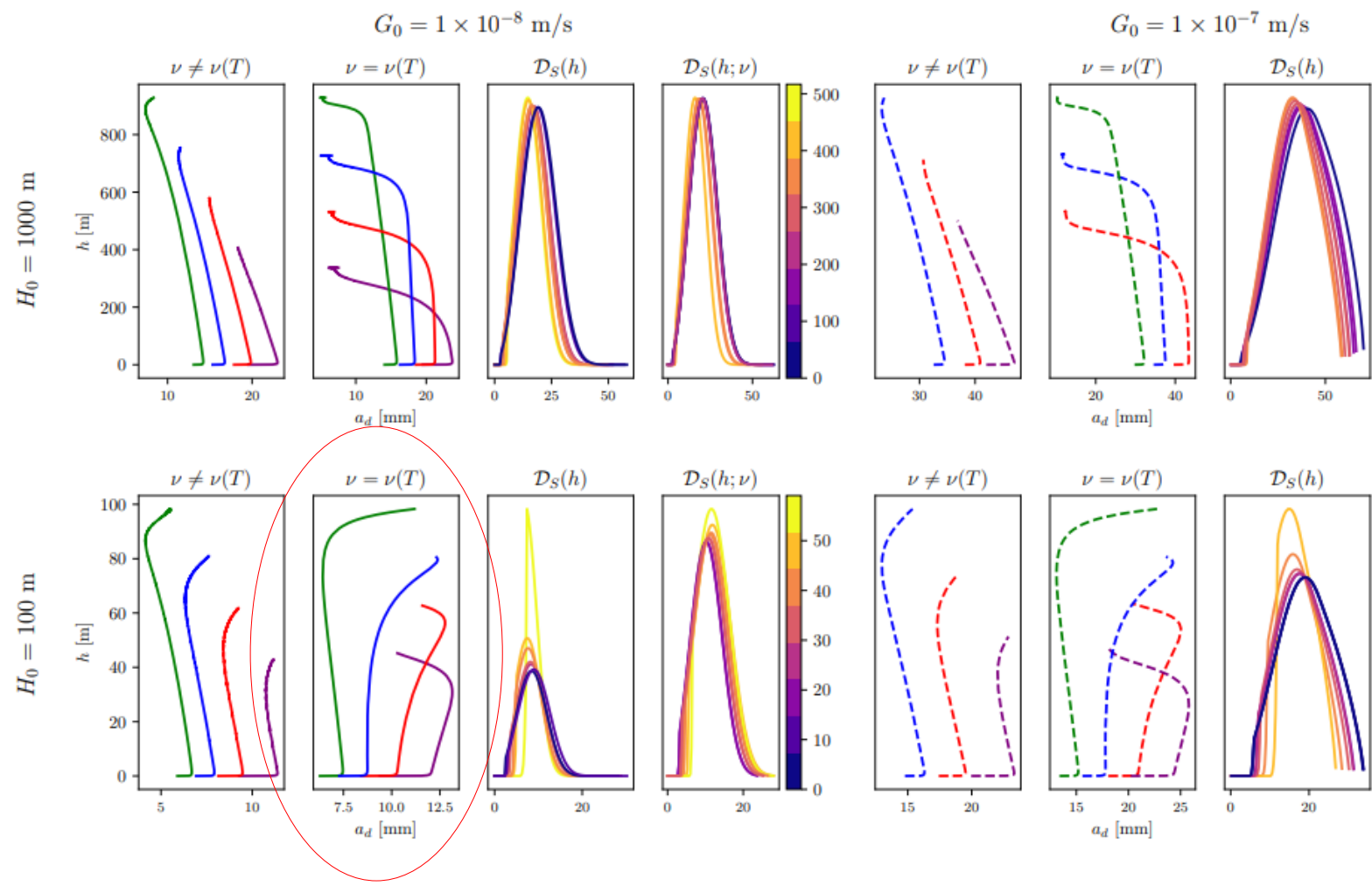






Historie podchlazení

Příklad end-memberů:



- Pozorování: krystalinita obecně vychází **nízká**, settling je efektivní

$$\Phi(t) = \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty a^3 \mathcal{D}_B(a, t) da$$

- Krystalová produkce není vysoká:

$$N(t) = \frac{1}{H} \int_0^{h_n} \tilde{\mathcal{N}}(T(z'; t) dz'$$

Take-home message:

Settling

- Pro usazování v konvektivní kapalině existuje celá řada CSD end-memberů
- Není důležité se dívat jen na grading nýbrž i na tvar distribucí
- V sedimentu je schovaná o informace např. o rychlosti proudění
- (?) Potenciální aplikace: distribuce v bulku (erupce), inverzní úložka na kinetické parametry

Take-home message:

Chladnutí

- Základní dělení na komory typu A a B (immediate vs. delayed nucleation)
- Aproximace řídké suspenze
- Celá škála end-memberů (viskozita on/off, konst./klesající tepelný tok, výška komory,..)

Děkuji za pozornost :)

